



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

# ANALISI ARMONICA DELL'INTERAZIONE DI UN'INDUTTANZA DI FILTRO ANTIRISONANTE CON UN SISTEMA DI RIFASAMENTO

RELATORE: PROF. MAURO ANDRIOLLO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORRELATORE: DOTT. PIERINO BOTTONI

LIBERO PROFESSIONISTA

LAUREANDO: FEDERICO DONINI

ANNO ACCADEMICO 2014-2015



## INDICE

Sommario	pag. 7
1. Introduzione	pag. 9
2. Le armoniche in rete	pag. 15
2.1. Armoniche in generale	pag. 15
2.2. Definizione delle componenti armoniche nelle grandezze di linea	pag. 17
2.3. Effetti prodotti dalle armoniche	pag. 20
3. Generatori di armoniche in rete	pag. 25
3.1. Alimentazioni monofase	pag. 25
3.2. Convertitori statici nelle reti trifase	pag. 27
3.3. Azionamenti	pag. 32
3.3.1. Azionamenti in DC	pag. 32
3.3.2. Azionamenti in AC	pag. 32
3.4. Forni ad arco	pag. 34
3.4.1. Forni ad arco in AC	pag. 34
3.4.2. Forni ad arco in DC	pag. 35
3.5. Dispositivi saturabili	pag. 36
3.5.1. Trasformatori	pag. 36
3.5.2. Macchine rotanti	pag. 37
4. Comportamento della rete	pag. 39
4.1. Impedenza del sistema	pag. 39
4.2. Impedenza capacitiva	pag. 41
4.2.1. Risonanza serie	pag. 42
4.2.2. Risonanza parallelo	pag. 44
4.3. Effetti della resistenza e dei carichi resistivi	pag. 47

4.4. Soluzioni per evitare la risonanza	pag. 48
5. Filtri	pag. 51
5.1. Interazione del filtro con il sistema elettrico	pag. 51
5.2. Struttura di un filtro passivo	pag. 53
5.3. Tipologie di filtro passivo	pag. 54
5.3.1. Filtro accordato	pag. 55
5.3.2. Filtro passa-alto	pag. 59
5.3.3. Filtro non accordato	pag. 62
5.4. Dimensionamento del filtro passivo	pag. 62
5.4.1. Filtri passivi accordati	pag. 63
5.4.2. Filtri passa-alto	pag. 67
5.4.3. Filtri non accordati	pag. 67
5.5. Esempi di risonanze con filtri passivi	pag. 69
6. Cenni di fisica sui materiali magnetici	pag. 75
6.1. Il magnetismo nei materiali solidi	pag. 75
6.2. I materiali ferromagnetici e la saturazione	pag. 76
6.3. Perdite nei materiali ferromagnetici	pag. 84
6.3.1. Perdite per isteresi	pag. 85
6.3.2. Perdite per correnti parassite	pag. 87
7. Inserzione delle capacità di rifasamento	pag. 89
7.1. Descrizione generica del sistema d'inserzione	pag. 89
7.2. Inserzione tramite contattore	pag. 91
7.3. Inserzione tramite tiristore	pag. 92
8. Correnti nel filtro anti-risonante	pag. 97
8.1. Calcolo delle correnti nel filtro anti-risonante	pag. 97

8.2. Verifiche con i dati delle reattanze anti-risonanza EPCOS	pag. 98
9. Misure svolte sull'induttanza del filtro a 50 Hz	pag. 103
9.1. Misure svolte su induttanza $L_1$ a 50 Hz con due avvolgimenti disposti in serie	pag. 103
9.2. Misure svolte sulle singole colonne dell'induttanza $L_1$ a 50 Hz	pag. 108
9.3. Misure svolte sull'induttanza $L_1$ nel laboratorio universitario	pag. 113
10. Misure svolte sul filtro anti-risonanza alle frequenze armoniche	pag. 123
10.1. Comportamento delle grandezze fisiche in presenza di armoniche di corrente	pag. 123
10.2. Misure svolte, implementate tramite MATLAB	pag. 127
10.3. Considerazioni sulla resistenza dell'induttanza	pag. 138
11. Conclusioni	pag. 141
Ringraziamenti	pag. 143
Bibliografia	pag. 145
Appendice	pag. 147



## SOMMARIO

Lo scopo che si prefigge questa tesi è quello di analizzare il comportamento di un cosiddetto, in gergo, filtro anti-risonanza o detuned filter, di cui ci si avvale nel dimensionamento delle apparecchiature di rifasamento in presenza di armoniche di corrente di un certo rilievo.

Inizialmente viene descritto il rifasamento in generale e i relativi benefici che esso adduce sia alla rete sia all'utente. Di seguito vengono introdotte le armoniche e una loro breve descrizione in termini matematici, per poi giungere ai carichi distorcenti, presenti in rete, che le generano. Nel capitolo successivo viene fatta un'ampia descrizione della risposta della rete in base al tipo di circuiteria in essa installata; subito dopo vengono descritti i vari tipi di filtro e il loro dimensionamento, in termini matematici, fino a giungere alla tipologia su cui si focalizza questa tesi.

Per definizione e per struttura della componentistica anche questa serie di induttanza-condensatore rientra nella categoria “filtri”, ma, a differenza delle altre tipologie che verranno citate, essa viene accordata a una frequenza, che viene imposta per normativa a 189 Hz, in maniera tale da creare una risonanza parallelo con la rete su una frequenza in cui non ci sono o, meglio, non dovrebbero esserci armoniche e, soprattutto, armoniche con rilevante valore efficace. Perché, se non ponessimo in serie al condensatore suddetta induttanza, si incorrerebbe nel rischio che la capacità di rifasamento risuoni, in parallelo con l'impedenza di rete, a una frequenza, magari, di 5<sup>a</sup> o 7<sup>a</sup> armonica di corrente (correnti armoniche il cui valore efficace in rete è piuttosto elevato), attirando così queste ultime verso il condensatore che, se non è adeguatamente sovradimensionato, potrebbe “saltare”.

Nel capitolo successivo a quelli di descrizione dei filtri, si definiscono le caratteristiche del primo dei due componenti del filtro, l'induttanza; se ne riportano le caratteristiche magnetiche, perché bisogna tenere conto che l'induttore è costituito da un nucleo in ferro, e subito dopo vengono definiti i vari tipi di perdite ad esso relative.

Al capitolo successivo si passa al secondo componente, il condensatore, di cui vengono descritti i metodi di inserzione.

Al capitolo 8, vengono messe in risalto le componenti armoniche della corrente nel filtro, questo perché, con la massima distorsione in tensione ammissibile in rete, la distorsione in corrente nel filtro raggiunge valori elevati, tali da far auspicare un mal funzionamento dell'induttanza (possibile saturazione) e che quindi venga meno l'accordo alla frequenza di

189 Hz, visto che varia il modulo della stessa induttanza.

Vengono riportate, negli ultimi capitoli, delle misure svolte sull'induttanza a 50 Hz per osservare la variazione della stessa al variare del modulo della corrente, mentre nelle misure svolte in seguito sul circuito induttivo-capacitivo, a frequenze più elevate, e.g. 250 Hz e 350 Hz, viene messo in evidenza come, all'aumentare della frequenza, si presenti una composizione diversa del ciclo d'isteresi magnetica, appartenente al nucleo magnetico dell'induttore, che potrebbe intaccare la permeabilità del dell'induttanza.

Quindi lo scopo finale è quello di osservare gli effetti comportati da un elevato contenuto armonico in corrente nel filtro che potrebbero, in qualche modo, scombussolare il nucleo magnetico.



## CAPITOLO 1 – INTRODUZIONE

In assenza di armoniche, il fattore di potenza equivale al coseno dell'angolo compreso fra il vettore corrente ed il vettore tensione ( $\cos\varphi$ ). Il  $\cos\varphi$  diminuisce all'aumentare della potenza reattiva assorbita. Un impianto funzionante a basso  $\cos\varphi$ , presenta i seguenti svantaggi:

- 1) Elevate perdite di potenza nella trasmissione nelle linee elettriche;
- 2) Elevate cadute di tensione;
- 3) Maggior dimensionamento degli impianti di generazione, trasporto e trasformazione.

Da quanto esposto si capisce l'importanza di ovviare o almeno ridimensionare gli effetti di un basso fattore di potenza. I condensatori servono a raggiungere questo risultato. Dunque installando una batteria di condensatori è possibile ridurre la potenza reattiva assorbita dai carichi induttivi presenti nell'impianto e, conseguentemente, innalzare il valore del fattore di potenza. E' opportuno avere un  $\cos\varphi$  poco superiore a 0,9 (0,95 da gennaio 2016 secondo la delibera AEEG (180/13)) per evitare di pagare le penalità previste dalla legge. Il  $\cos\varphi$  non deve essere troppo prossimo all'unità, per evitare di andare in anticipo, qualora l'apparecchio rifasato lavori a basso carico (un provvedimento del Comitato Italiano Prezzi proibisce di controfornire energia reattiva alla rete). Le modalità secondo cui effettuare il rifasamento sono molteplici e la loro scelta è funzione dell'andamento giornaliero dei carichi, della loro distribuzione nell'impianto e del tipo di servizio [1].

La scelta va effettuata tra Rifasamento distribuito (Fig.1.1) e Rifasamento centralizzato (Fig.1.2). Nel caso di rifasamento distribuito, le apparecchiature rifasanti sono disposte nelle immediate vicinanze di ogni singolo carico che si vuole rifasare. Nel caso di rifasamento centralizzato, si installa un'unica batteria di condensatori a monte di tutti i carichi da rifasare e immediatamente a valle del punto di misura del  $\cos\varphi$  (ad esempio nella cabina di trasformazione M.T./B.T. o nel Quadro di Distribuzione Principale). Il rifasamento distribuito è la soluzione tecnica preferibile: condensatore e apparecchio utilizzatore seguono le stesse sorti durante l'esercizio giornaliero, per cui la regolazione del  $\cos\varphi$  diventa sistematica e rigidamente legata al carico rifasato. Inoltre, con il rifasamento distribuito lo sgravio di energia reattiva interessa sia l'Ente Distributore sia l'utente. Negli impianti industriali, ad esempio, il risparmio ottenibile con il rifasamento distribuito si manifesta sia sotto forma tariffaria, sia sotto forma di miglior dimensionamento di tutte le

linee interne allo stabilimento che collegano la cabina M.T./B.T. con i carichi rifasati. Un altro notevole vantaggio di questo tipo di rifasamento è l'installazione semplice e poco costosa, in quanto condensatore e carico sono inseriti e disinseriti contemporaneamente e possono usufruire delle stesse protezioni contro i sovraccarichi ed i corto circuiti.

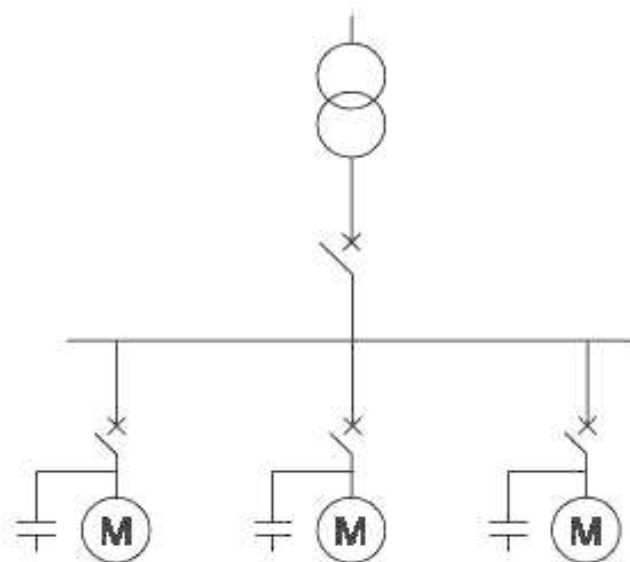


Fig.1.1. Rifasamento di tipo distribuito

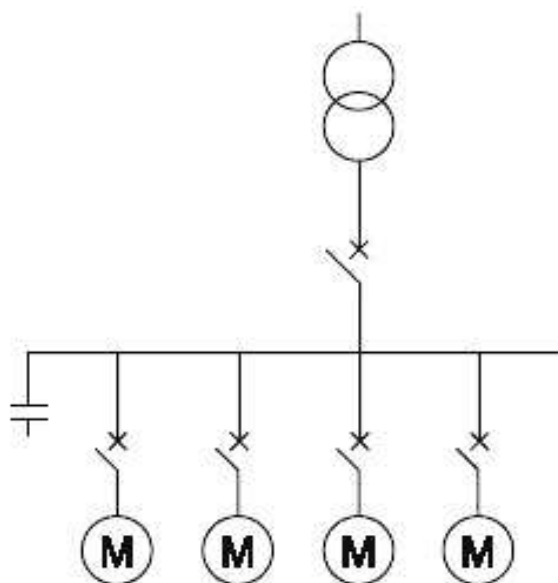


Fig.1.2. Rifasamento di tipo centralizzato

L'andamento giornaliero dei carichi ha un'importanza fondamentale per la scelta del tipo di rifasamento più conveniente. In molti impianti, non tutte le utenze funzionano contemporaneamente e alcune, addirittura, funzionano solo per poche ore al giorno. E' evidente che la soluzione del rifasamento distribuito diventa troppo costosa per l'elevato numero di condensatori che si dovrebbero installare. Si lascerebbero inoltre molti di questi condensatori per lungo tempo inutilizzati. Il rifasamento distribuito è conveniente qualora la maggior parte della potenza reattiva richiesta sia concentrata su pochi carichi di grossa potenza che lavorano molte ore al giorno. Il rifasamento centralizzato conviene invece nel caso di impianti con molti carichi eterogenei che lavorano saltuariamente. In tal caso la potenza della batteria di condensatori risulta inferiore alla potenza complessiva che bisognerebbe prevedere con il rifasamento distribuito [1]. E' opportuno collegare la suddetta batteria permanentemente solo se l'assorbimento di energia reattiva durante la giornata è sufficientemente regolare, altrimenti deve essere manovrata al fine di evitare un  $\cos \varphi$  in anticipo. Se l'assorbimento di potenza reattiva è molto variabile durante il funzionamento dell'impianto, è consigliabile prevedere una regolazione automatica, frazionando la batteria in più gradini. Si può prevedere la manovra manuale quando la batteria deve essere azionata poche volte al giorno.

Sorge spontaneo chiedersi quanto sia necessario rifasare e quindi si ricerca il valore di potenza reattiva  $Q$  che deve essere fornita dall'apparecchiatura di rifasamento, cioè:

$$Q_c = P_a \cdot (\tan \varphi_a - \tan \varphi'_f) \quad (1.1)$$

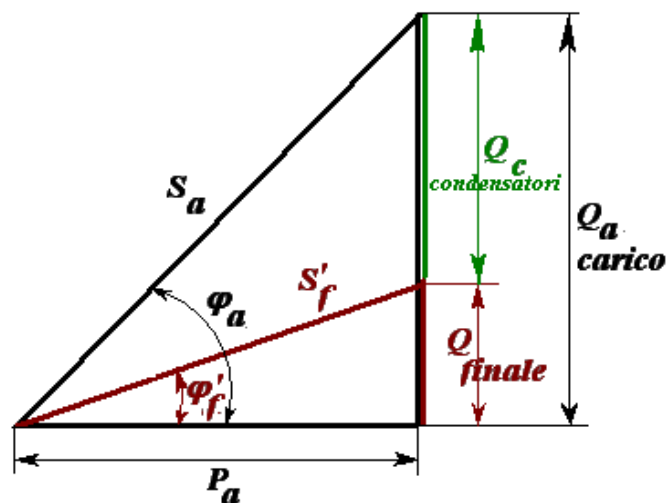


Fig.1.3. Grafico fasoriale

La formula precedente può essere riscritta anche nel seguente modo:

$$Q_c = k \cdot P_a \quad (1.2)$$

dove k è un coefficiente fornito dalla seguente tabella.

Fattore di potenza iniziale Starting power factor	Fattore di potenza finale Final power factor	0.80	0.85	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99	1
0.40		1.541	1.668	1.805	1.832	1.861	1.895	1.924	1.959	1.998	2.037	2.085	2.146	2.288
0.41		1.474	1.605	1.742	1.769	1.798	1.831	1.860	1.896	1.935	1.973	2.021	2.082	2.225
0.42		1.413	1.544	1.681	1.709	1.738	1.771	1.800	1.836	1.874	1.913	1.961	2.022	2.164
0.43		1.356	1.487	1.624	1.709	1.680	1.713	1.742	1.778	1.816	1.855	1.903	1.964	2.107
0.44		1.290	1.421	1.558	1.651	1.614	1.647	1.677	1.712	1.751	1.790	1.837	1.899	2.041
0.45		1.230	1.360	1.501	1.585	1.561	1.592	1.626	1.659	1.695	1.737	1.784	1.846	1.988
0.46		1.179	1.309	1.446	1.532	1.502	1.533	1.567	1.600	1.636	1.677	1.725	1.786	1.929
0.47		1.130	1.260	1.397	1.473	1.454	1.485	1.519	1.532	1.588	1.629	1.677	1.758	1.881
0.48		1.076	1.206	1.343	1.425	1.400	1.430	1.464	1.497	1.534	1.575	1.623	1.684	1.826
0.49		1.030	1.160	1.297	1.370	1.355	1.386	1.420	1.453	1.489	1.530	1.578	1.639	1.782
0.50		0.982	1.112	1.248	1.326	1.303	1.337	1.369	1.403	1.441	1.481	1.529	1.590	1.732
0.51		0.936	1.066	1.202	1.276	1.257	1.291	1.323	1.357	1.395	1.435	1.483	1.544	1.686
0.52		0.894	1.024	1.160	1.230	1.215	1.249	1.281	1.315	1.353	1.393	1.441	1.502	1.644
0.53		0.850	0.980	1.116	1.188	1.171	1.205	1.237	1.271	1.309	1.349	1.397	1.458	1.600
0.54		0.809	0.939	1.075	1.144	1.130	1.164	1.196	1.230	1.268	1.308	1.356	1.417	1.559
0.55		0.769	0.899	1.035	1.103	1.090	1.124	1.156	1.190	1.228	1.268	1.316	1.377	1.519
0.56		0.730	0.865	0.996	1.063	1.051	1.085	1.117	1.151	1.189	1.229	1.277	1.338	1.480
0.57		0.692	0.822	0.958	0.986	1.013	1.047	1.079	1.113	1.151	1.191	1.239	1.300	1.442
0.58		0.665	0.785	0.921	0.949	0.976	1.010	1.042	1.076	1.114	1.154	1.202	1.263	1.405
0.59		0.618	0.748	0.884	0.912	0.939	0.973	1.005	1.039	1.077	1.117	1.165	1.226	1.368
0.60		0.584	0.714	0.849	0.878	0.905	0.939	0.971	1.005	1.043	1.083	1.131	1.192	1.334
0.61		0.549	0.679	0.815	0.843	0.870	0.904	0.936	0.970	1.008	1.048	1.096	1.157	1.299
0.62		0.515	0.645	0.781	0.809	0.836	0.870	0.902	0.936	0.974	1.014	1.062	1.123	1.265
0.63		0.483	0.613	0.749	0.777	0.804	0.838	0.870	0.904	0.942	0.982	1.030	1.091	1.233
0.64		0.450	0.580	0.716	0.744	0.771	0.805	0.837	0.871	0.909	0.949	0.997	1.058	1.200
0.65		0.419	0.549	0.685	0.713	0.740	0.774	0.806	0.840	0.878	0.918	0.966	1.007	1.169
0.66		0.388	0.518	0.654	0.682	0.709	0.743	0.775	0.809	0.847	0.887	0.935	0.996	1.138
0.67		0.358	0.488	0.624	0.652	0.679	0.713	0.745	0.779	0.817	0.857	0.905	0.966	1.108
0.68		0.329	0.459	0.595	0.623	0.650	0.684	0.716	0.750	0.788	0.828	0.876	0.937	1.079
0.69		0.299	0.429	0.565	0.593	0.620	0.654	0.686	0.720	0.758	0.798	0.840	0.907	1.049
0.70		0.270	0.400	0.536	0.564	0.591	0.625	0.657	0.691	0.729	0.769	0.811	0.878	1.020
0.71		0.242	0.372	0.508	0.536	0.563	0.597	0.629	0.663	0.701	0.741	0.783	0.850	0.992
0.72		0.213	0.343	0.479	0.507	0.534	0.568	0.600	0.634	0.672	0.712	0.754	0.821	0.963
0.73		0.186	0.316	0.452	0.480	0.507	0.541	0.573	0.607	0.645	0.685	0.727	0.794	0.936
0.74		0.159	0.289	0.425	0.453	0.480	0.514	0.546	0.580	0.618	0.658	0.700	0.767	0.909
0.75		0.132	0.262	0.398	0.426	0.453	0.487	0.519	0.553	0.591	0.631	0.673	0.740	0.882
0.76		0.105	0.235	0.371	0.399	0.426	0.460	0.492	0.526	0.564	0.604	0.652	0.713	0.855
0.77		0.079	0.209	0.345	0.373	0.400	0.434	0.466	0.500	0.538	0.578	0.620	0.687	0.829
0.78		0.053	0.183	0.319	0.347	0.374	0.408	0.440	0.474	0.512	0.552	0.594	0.661	0.803
0.79		0.026	0.156	0.292	0.320	0.347	0.381	0.413	0.447	0.485	0.525	0.567	0.634	0.776
0.80	-		0.130	0.266	0.294	0.321	0.355	0.387	0.421	0.459	0.499	0.541	0.608	0.750
0.81	-		0.104	0.240	0.268	0.295	0.329	0.361	0.395	0.433	0.473	0.515	0.582	0.724
0.82	-		0.078	0.214	0.242	0.269	0.303	0.335	0.369	0.407	0.447	0.489	0.556	0.698
0.83	-		0.052	0.188	0.216	0.243	0.277	0.309	0.343	0.381	0.421	0.463	0.530	0.672
0.84	-		0.026	0.162	0.190	0.217	0.251	0.283	0.317	0.355	0.395	0.437	0.504	0.646
0.85	-	-		0.136	0.164	0.191	0.225	0.257	0.291	0.329	0.369	0.417	0.478	0.620
0.86	-	-		0.109	0.140	0.167	0.198	0.230	0.264	0.301	0.343	0.390	0.450	0.593
0.87	-	-		0.083	0.114	0.141	0.172	0.204	0.238	0.275	0.317	0.364	0.424	0.567
0.88	-	-		0.054	0.085	0.112	0.143	0.175	0.209	0.246	0.288	0.335	0.395	0.538
0.89	-	-		0.028	0.059	0.086	0.117	0.149	0.183	0.220	0.262	0.309	0.369	0.512
0.90	-	-	-		0.031	0.058	0.089	0.121	0.155	0.192	0.234	0.281	0.341	0.484

Tabella 1.1. Coefficiente  $k$  per vari angoli di sfasamento  $\varphi$

La recente liberalizzazione del mercato elettrico con potenziali nuovi fornitori di energia ha comportato la nascita di diverse tipologie di bollette da alcune delle quali non è immediato il rilievo del valore del fattore di potenza.

Ad ogni modo, a causa del sempre maggiore costo dell'energia, rifasare è ancora più

conveniente. Nella maggior parte dei casi il costo relativo all'installazione dell'apparecchiatura di rifasamento viene ammortizzato in pochi mesi.

I vantaggi tecnico-economici dovuti all'installazione di una batteria di condensatori sono i seguenti:

- diminuzione delle perdite in linea e nei trasformatori dovuta alla minor corrente assorbita;
- diminuzione delle cadute di tensione nelle linee;
- ottimizzazione del dimensionamento dell'impianto.

Il valore efficace della corrente,  $I$ , che circola nell'impianto è data da:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos\varphi} \quad (1.3)$$

dove:

$P$       potenza attiva assorbita dall'impianto

$V$       tensione di esercizio

Aumentando il  $\cos\varphi$ , a parità di potenza assorbita, si ottiene la riduzione del valore della corrente e conseguentemente delle perdite in linea e nei trasformatori. Pertanto si ha un importante risparmio grazie al miglior dimensionamento dell'impianto. Il miglior dimensionamento dell'impianto si riflette sulle cadute di tensione in linea, fenomeno che si può facilmente interpretare considerando la seguente formula:

$$\Delta V = R \cdot I \cdot \cos\varphi + X \cdot I \cdot \sin\varphi \quad (1.4)$$

Effettivamente si nota che, andando ad aumentare il  $\cos\varphi$ , il  $\sin\varphi$  contemporaneamente diminuisce e, sapendo inoltre che  $R < X$ , le cadute di tensione in linea decrescono. Con tale compensazione reattiva si ottiene inoltre un incremento della potenza attiva  $P$  che è direttamente proporzionale a  $\cos\varphi$ . Se per un errato calcolo del valore della batteria di condensatori installata nell'impianto il termine  $\Delta V$  dovesse diventare negativo, anziché una riduzione di caduta di tensione si avrebbe un aumento di tensione a fine linea (Effetto Ferranti), con conseguenze dannose per i carichi installati.

E' proprio per questi grandi effetti positivi, uniti all'impossibilità del distributore di rifasare ogni singolo carico, che il gestore della rete impone agli utilizzatori penali in caso di  $\cos\varphi$  troppo basso. In questo modo riesce a limitare la richiesta di potenza reattiva e assicura che gli utenti non occupino eccessivamente la linea con la circolazione di corrente reattiva. In particolare sono in vigore penali atte a far pagare agli utenti i Kvar assorbiti, a cui non corrisponde alcuna energia utile, ad un prezzo tanto più alto quanto più basso è  $\cos\varphi$  del carico:

<b><math>\cos\varphi &gt; 0,9</math> *</b>	Nessuna penale
<b><math>0,8 &lt; \cos\varphi &lt; 0,9</math></b>	Costo Kvarh = 65% costo KWh
<b><math>\cos\varphi &lt; 0,8</math></b>	Costo Kvarh = 85% costo KWh

Tab1.2. Penale, in %, che l'utente deve pagare in base al  $\cos\varphi$

\* Bisogna ricordare che il valore di  $\cos\varphi$  viene maggiorato dal valore massimo 1 per le motivazioni testè espresse

## **CAPITOLO 2 – LE ARMONICHE IN RETE**

### **2.1. Armoniche in generale [2]**

Ciò che sempre si cerca di fare, durante la produzione e poi trasmissione dell'energia elettrica, è di produrre la potenza voluta e poi trasportarla ad una tensione il più possibile simile ad una sinusoide. La tensione ha infatti, in generale, una distorsione inferiore all'1%, tuttavia essa aumenta via via che ci si avvicina al carico fintanto che, ad un certo punto, la forma d'onda di corrente assomiglia a malapena ad una sinusoide. Si capisce quindi facilmente che i sistemi elettrici per l'energia sono sempre più caratterizzati dalla presenza di carichi non lineari, ad esempio raddrizzatori per la conversione AC/DC, lampade a scarica, azionamenti, ecc. Le reti di distribuzione sono perciò sempre più interessate da problemi di inquinamento armonico, con aumento delle perdite nel sistema di distribuzione e distorsione della tensione sui carichi; ciò può risultare dannoso per il corretto funzionamento e per la vita media dei carichi stessi. Mentre in alcuni casi la distorsione è casuale però, il più delle volte quest'ultima è periodica o comunque un multiplo intero della frequenza del sistema di alimentazione. Questo fatto fa sì che la forma d'onda di corrente resti sempre molto simile periodo dopo periodo, con soli alcuni piccoli cambiamenti.

In una rete industriale di potenza, l'andamento della corrente e della tensione nel tempo è, quindi, abbastanza diverso da un'onda sinusoidale "pura". È da dire che, per molti, la distorsione armonica rappresenta tuttora il più importante problema di qualità della potenza e ciò è legato soprattutto al fatto che molteplici dispositivi vengono pensati con riferimento alla sola frequenza fondamentale, tralasciando il problema della non idealità della forma d'onda. È comunque da notare come, nonostante il problema delle armoniche sia difficile da affrontare, non sono molto numerosi i sistemi che soffrono in maniera grave di tale problema perché, con un po' di attenzione e con gli accorgimenti che si vedranno più avanti, la distorsione armonica può essere limitata efficacemente. Se quindi il sistema viene dimensionato correttamente per la gestione della potenza, vi è una bassa probabilità che le armoniche possano comportare problemi al sistema di potenza stesso anche se possono avere influenza sui sistemi di telecomunicazione. I problemi maggiori si hanno quando le capacità del sistema entrano in risonanza ad una certa frequenza critica; il che può aumentare drasticamente la distorsione.

Tra i carichi industriali disturbanti caratterizzati da un rilevante fabbisogno di potenza (indicativamente dell'ordine dei MVA o delle decine di MVA) particolare importanza assumono quelli che si distinguono non solo per il notevole scambio di potenza reattiva (caratterizzati quindi da un basso fattore di potenza), ma anche per una rapida e talvolta casuale variabilità delle condizioni di funzionamento. I carichi di questo tipo (caratterizzati oltre che da una fluttuazione di potenza assorbita nel tempo, anche da una non linearità della caratteristica tensione-corrente) sono ad esempio i forni ad arco, i laminatoi e gli impianti di conversione; impianti industriali tipicamente caratterizzati da questi carichi sono le acciaierie.

L'impatto di questi carichi sulla rete del distributore può essere, in assenza di provvedimenti adeguati di contenimento dei disturbi, molto pesante e tale da provocare problemi ad un'utenza diffusa.

Con questo lavoro si analizzeranno i sistemi di filtraggio passivo dei disturbi mediante filtri accordati e non e filtri passa-alto. Verranno inoltre affrontate le caratteristiche di tali sistemi di compensazione, i criteri progettuali e le verifiche da svolgere per essere certi del corretto funzionamento di essi.

Infine si evidenzierà, come la distorsione armonica sia principalmente causata da carichi non lineari e convertitori. Un tipico dispositivo non lineare è quello in cui la corrente non è proporzionale alla tensione applicata.

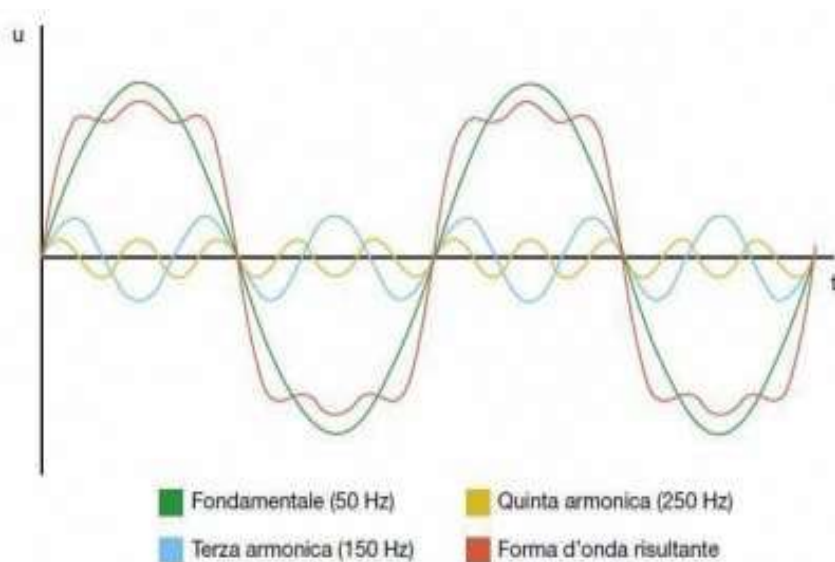


Fig.2.1.1. Forma d'onda di tensione risultante in presenza di terza e quinta armonica



## 2.2. Definizione delle componenti armoniche nelle grandezze di linea

Una grandezza  $f(t)$  dicesi periodica quando risulta soddisfatta la relazione  $f(t) = f(t+T)$ .

E' noto dal teorema di Fourier che una grandezza periodica di periodo  $T$  e di pulsazione  $\omega = 2\pi/T$ , avente forma d'onda qualunque, è sempre scomponibile nella somma di un termine costante e di un numero infinito di termini sinusoidali aventi ognuno ampiezza, fase e frequenza diverse.

Negli infiniti termini della serie, vi è uno che ha la stessa pulsazione (o frequenza) del fenomeno dato: tale termine prende il nome di *fondamentale*, mentre gli altri (detti *armoniche*) sono caratterizzati dal fatto di avere una pulsazione multipla intera positiva pari e/o dispari del valore della pulsazione della fondamentale.

Il valore costante, eventualmente presente (definibile anche termine a pulsazione zero), rappresenta il valore medio della grandezza, termine nullo quando la grandezza risulta alternata.

Eseguire l'analisi armonica di una grandezza  $y$ , come sopra descritta, consiste nel determinare l'ampiezza e la fase di ciascun termine armonico.

In maniera più sintetica, solitamente viene proposta la forma [3].

$$y(t) = Y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} Y_n \sin(n\omega t - \varphi_n) \quad (2.2.1)$$

Un segnale deformato può quindi essere considerato come la somma di un insieme di armoniche.

I principali parametri caratteristici delle grandezze periodiche non sinusoidali sono i seguenti:

il *valore efficace* che è definito dall'espressione:

$$Y = \sqrt{Y_0^2 + Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_n^2} \quad (2.2.2)$$

che quindi risulta essere pari alla radice quadrata della somma dei quadrati dei valori efficaci dei singoli termini, compreso quello che definisce il valore medio;

Per quanto riguarda le potenze, vengono utilizzate le seguenti espressioni:

$$P = V_m \cdot I_m + V_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 + \dots + V_n \cdot I_n \cdot \cos\varphi_n \quad (2.2.3)$$

$$= V_m \cdot I_m + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cdot I_n \cdot \cos\varphi_n \quad (2.2.4)$$

$$Q = V_m \cdot I_m + V_1 \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_1 + \dots + V_n \cdot I_n \cdot \sin\varphi_n \quad (2.2.5)$$

$$= V_m \cdot I_m + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cdot I_n \cdot \sin\varphi_n \quad (2.2.6)$$

Per quanto riguarda la *potenza apparente*, essa è ancora espressa come:

$$S = V \cdot I \text{ (monofase) oppure } S = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \text{ (trifase)}. \quad (2.2.7)$$

Bisogna tenere conto anche di una *componente distorcente D* che fa sì che:

$$S \neq \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.2.8)$$

e quindi:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}. \quad (2.2.9)$$

Il *fattore di potenza PF (Power Factor)* è definito come il rapporto tra la potenza attiva P e la potenza apparente S assorbita da un'utenza o da un impianto:

$$PF = \frac{P}{S} \quad (2.2.10)$$

Esso viene spesso confuso con il  $\cos\varphi$ , che invece viene calcolato con la seguente formula:

$$\cos\varphi = \frac{P_1}{S_1} \quad (2.2.11)$$

dove  $P_1$  e  $S_1$  sono rispettivamente la potenza attiva e apparente che si avrebbero ipotizzando nullo il contenuto armonico, ossia la potenza attiva e apparente associate alla fondamentale: PF e  $\cos\varphi$  sono uguali solo in caso di assenza di armoniche.

Si può dimostrare che esiste anche la seguente relazione tra PF,  $\cos\varphi$  e THD:

$$PF = \frac{\cos\varphi_1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \quad (2.2.12)$$

Il *fattore di cresta*  $k$  è il rapporto tra il valore di cresta ed il valore efficace; ad esempio se si prendesse in considerazione una corrente, si avrebbe:

$$k = \frac{I_{picco}}{I_{eff}} \quad (2.2.13)$$

Per un segnale sinusoidale puro, tale rapporto è pari a  $\sqrt{2}$ , in caso di segnali distorti può assumere valori inferiori o superiori. Il calcolo del fattore di cresta è importante quando le armoniche presenti portano ad una forma d'onda particolarmente lontana dalla sinusoide; in casi particolari, può assumere valori anche superiori a 5. Se il fattore di cresta è molto elevato, significa che l'utenza è chiamata a sopportare un sovraccarico istantaneo ad ogni semionda e ciò potrebbe dare origine anche ad interventi intempestivi degli organi di protezione.

Il THD in tensione caratterizza la deformazione della forma d'onda della tensione. Se tale indice ha valore inferiore al 5%, valore da considerarsi normale, non è necessario prendere alcun provvedimento. Se il suo valore è compreso tra il 5 e l'8%, significa che l'impianto è caratterizzato da una forte distorsione e, con molta probabilità, vi sono dei malfunzionamenti nell'impianto. Se il valore supera l'8%, è necessario prendere provvedimenti (sistemi di compensazione) per evitare malfunzionamenti. Il THD in corrente caratterizza la deformazione della forma d'onda della corrente. Se il suo valore è inferiore al 10%, si è nell'ambito della normalità; se invece si è tra il 10 e il 50%, significa che si è in presenza di un impianto con una sensibile distorsione che potrebbe causare surriscaldamenti: può rendersi necessario il sovradimensionamento dei conduttori. Se il THD in corrente è maggiore del 50% siamo in presenza di un impianto fortemente perturbato che può avere mal-

funzionamenti significativi: è necessario procedere ad un'analisi dell'impianto per realizzare le opportune contromisure.

Il fattore di cresta  $k$  è utilizzato per capire se la corrente assorbita dall'impianto possa dare problemi all'alimentazione (gli alternatori possono avere problemi a fornire correnti con elevato fattore di cresta: necessitano di un declassamento). Ad esempio le utenze di tipo informatico sono caratterizzate da correnti assorbite che presentano un fattore di cresta anche pari a 5.

Lo spettro in frequenza è utilizzato per avere un'indicazione visuale della deformazione del segnale (corrente, tensione...) considerato.

Va comunque sottolineato che, come dimostra la pratica, le ampiezze dei termini armonici diminuiscono all'aumentare dell'ordine dell'armonica. E' quindi evidente che ha senso arrestare lo sviluppo in serie dopo un ragionevole numero di termini, in quanto il contributo dei successivi diventa via via meno significativo; ciò va ovviamente valutato in relazione all'approssimazione che si vuole raggiungere.

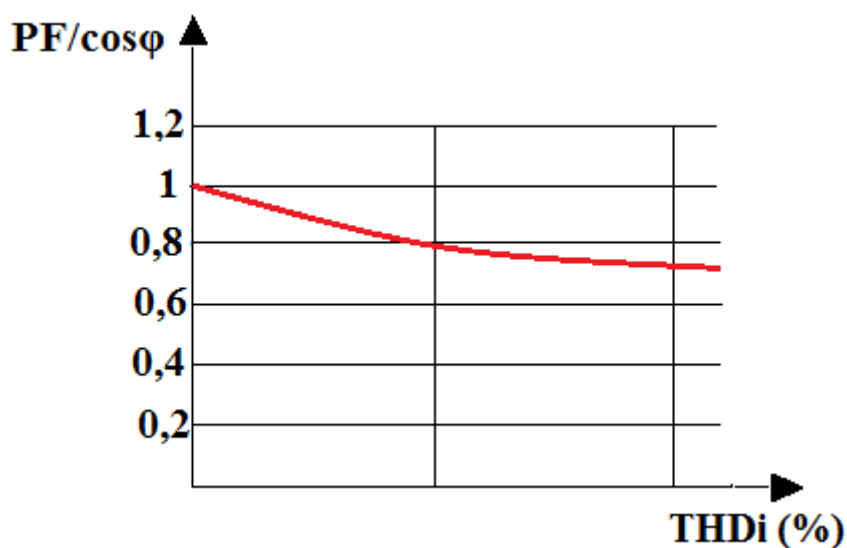


Fig.2.2.1. Power factor in funzione del  $THD_i$  (%)

### 2.3. Effetti prodotti dalle armoniche [2]

Andiamo ora a definire gli effetti delle armoniche; le tensioni armoniche possono disturbare i controller utilizzati nei sistemi elettronici. Possono, per esempio, influenzare le condizioni di commutazione a tiristori spostando lo zero-crossing dell'onda di tensione. Le armoniche inoltre possono causare altri errori in alcuni strumenti. Per esempio, l'errore di

uno strumento di classe 2 sarà aumentato dello 0,3% a causa di una 5<sup>a</sup> armonica di corrente e della stessa in tensione del 5%.

Un'altra categoria di apparecchi che può essere influenzata dalle armoniche è quella dei dispositivi di controllo del ripple, quali ad esempio i relè utilizzati dalle società di servizi elettrici per i controlli telecomandati centralizzati. Essi possono essere disturbati dalle armoniche di tensione aventi frequenza nel range di quelle del controllo.

Esse possono essere causa di rumori e vibrazioni, infatti le forze elettrodinamiche, prodotte dalle correnti istantanee associate alle correnti armoniche, causano vibrazioni e rumore, soprattutto nei dispositivi elettromagnetici quali trasformatori, reattori, ecc. Tali armoniche comportano poi una coppia meccanica pulsante (in quanto, a causa delle correnti, pulsano anche i campi rotanti) in grado di produrre vibrazioni nelle macchine rotanti.

Sono stati riscontrati ulteriori problemi nel funzionamento degli interruttori automatici, infatti gli interruttori differenziali agiscono sommando la corrente che scorre nelle fasi e nel neutro e, se il risultato non è entro un certo limite stabilito, interrompono l'alimentazione al carico. Possono insorgere problemi relativi alla presenza di armoniche. Innanzitutto i differenziali elettromeccanici possono sommare non correttamente le componenti di frequenza più elevata e quindi comportarsi in modo errato. In secondo luogo, un tipico carico distorcente viene filtrato. I filtri normalmente usati a questo scopo hanno un condensatore connesso tra la linea e neutro a terra, e così viene deviata a terra una piccola corrente. Questa corrente è limitata dalle norme a meno di 3,5 mA ed è di solito molto inferiore a questo limite, ma, quando l'apparecchiatura è connessa all'impianto, tale corrente può essere sufficiente a far scattare il differenziale. L'intervento intempestivo degli interruttori magnetotermici modulari (MCB) è generalmente dovuto ad una corrente maggiore di quella prevista dal calcolo o dalla semplice misurazione, a causa della presenza di armoniche di corrente.

Un ulteriore effetto prodotto dalle armoniche è il riscaldamento nei condensatori; le perdite che causano riscaldamento sono principalmente legate a due fenomeni:

- Conduzione
- Isteresi del dielettrico

In prima approssimazione esse sono proporzionali al quadrato del valore efficace della corrente, quindi i condensatori sono sensibili ai sovraccarichi, sia che essi siano legati ad un eccessivo valore della fondamentale, sia che siano dovuti alla presenza di armoniche di tensione. Tali perdite sono definite dalla perdita d'angolo del condensatore, cioè l'angolo la cui tangente è il rapporto tra le perdite e la potenza reattiva prodotta ( $\tan\delta = P/Q$ ) [2].

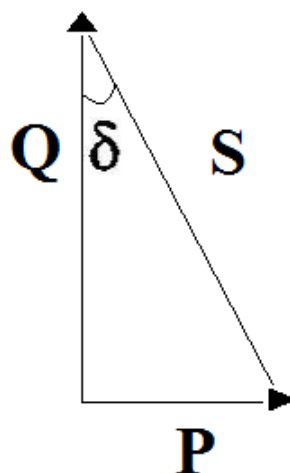


Fig.2.3.1. Triangolo delle potenze di un condensatore

Si genera riscaldamento anche per via di ulteriori perdite in trasformatori e macchine rotanti, infatti:

- Perdite addizionali nello statore (rame e ferro) e soprattutto nel rotore (circuiti magnetici e avvolgimenti smorzatori) delle macchine causate da una importante differenza di velocità tra il campo prodotto dalle armoniche e il rotore.
- Perdite supplementari nei trasformatori a causa dell'effetto pelle (aumento della resistenza del rame al variare della frequenza), isteresi e correnti parassite (nel circuito magnetico).

Si presenta anche riscaldamento nei cavi e nelle attrezzature. Le perdite sono maggiori nei cavi che trasportano correnti armoniche, con conseguente aumento della temperatura. Le cause di queste perdite aggiuntive sono:

- Aumento del valore efficace della corrente a parità di potenza attiva consumata.
- Aumento della resistenza equivalente del nucleo del cavo con la frequenza, a causa dell'effetto pelle.
- Aumento con la frequenza delle perdite nel dielettrico di isolamento se il cavo viene sottoposto ad una non trascurabile distorsione di tensione.
- Fenomeni che derivano dalla vicinanza dei conduttori al metallo di rivestimento, allo schermo collegato a terra alle sue estremità, ecc.

In generale, tutte le apparecchiature elettriche sottoposte a tensioni armoniche o attraverso

cui circolano correnti armoniche presentano un aumento delle perdite di energia che dovrebbe essere ridotto se necessario. Ad esempio, un condensatore di linea deve essere pensato per una corrente pari a 1.3 volte la corrente reattiva di compensazione. Questo fattore di sicurezza non tiene tuttavia conto del riscaldamento dovuto all'effetto pelle nei conduttori.

Per misurare la distorsione armonica di tensioni e correnti si usano degli strumenti noti col nome di analizzatori di spettro, i quali forniscono l'ampiezza di ogni componente. Per fare un'analisi di questo tipo è importante utilizzare sensori di corrente o tensione aventi una larghezza di banda sufficientemente grande per la misura delle frequenze.

Il valore efficace della corrente (o tensione) distorta può essere valutato in tre modi:

- Misura con strumento a vero valore efficace
- Ricostruzione del valore sulla base dello spettro fornito dall'analisi spettrale
- Stima attraverso un oscilloscopio

La distorsione armonica della tensione in un punto della rete elettrica è principalmente la conseguenza delle cadute di tensione prodotte dalle armoniche di corrente nel percorrere le impedenze della rete. Va evidenziato che le armoniche si propagano dai livelli di tensione superiori verso quelli inferiori e viceversa. I meccanismi di diffusione delle armoniche di corrente, nell'ambito di un medesimo livello di tensione e fra livelli diversi, dipende dalle caratteristiche elettriche e strutturali del sistema in esame. In alcuni casi è necessario tenere in debito conto le componenti di sequenza delle armoniche (diretta/inversa e omopolare).

Alcune armoniche possono subire un processo di amplificazione in determinati punti della rete elettrica, dove si manifesta una condizione di risonanza dovuta alla presenza di banchi di condensatori o cavi. Ciò può comportare amplificazioni della distorsione relativa ad un'armonica, di un fattore pari a circa 3-4 volte per le reti pubbliche e circa 5-10 volte per le reti industriali con basso carico ohmico. La propagazione delle armoniche di tensione in qualsiasi rete è governata dal rapporto fra l'impedenza di trasferimento del nodo monitorato rispetto al nodo iniettore e l'impedenza vista nel nodo iniettore; ovviamente le impedenze sono riferite all'ordine armonico considerato.





## **CAPITOLO 3 - GENERATORI DI ARMONICHE IN RETE**

I carichi commerciali sono caratterizzati da un elevato numero di piccoli carichi “generatori di armoniche”. A seconda della diversità dei tipi di carico, queste piccole correnti armoniche possono sommarsi (qualora siano in fase) o annullarsi a vicenda. I livelli di distorsione di tensione dipendono sia dalle impedenze del circuito, sia dalla distorsione armonica totale di corrente. Finché i condensatori di rifasamento non vengono installati nella struttura commerciale, l’impedenza del circuito è dominata dalle impedenze dei conduttori e da quella dei trasformatori.

La distorsione di tensione può quindi essere stimata semplicemente moltiplicando la corrente per l’impedenza alla frequenza considerata. Nelle applicazioni industriali, i principali tipi di apparecchiature che generano armoniche sono:

- Convertitori statici
- Forni ad arco
- Illuminazione
- Reattori saturi
- Altre attrezzature, come ad esempio macchine rotanti che generano armoniche

### **3.1. Alimentazioni monofase**

I convertitori elettronici di potenza, con la loro “proprietà” di produrre correnti armoniche, sono attualmente i carichi non lineari più importanti presenti nel sistema elettrico. La cosa si “aggrava” se si pensa che l’elettronica di potenza sta diventando, anno dopo anno, sempre più importante, in quanto la si trova in dispositivi quali azionamenti di regolazione della velocità dei motori, alimentatori elettronici e molte alte apparecchiature funzionanti grazie ad inverter e raddrizzatori. Ci sono tipicamente due tipi di alimentazioni monofase. Quella più datata usa una regolazione della tensione lato alternata, tramite ad esempio trasformatori, per avere un controllo della tensione sul DC-bus. Il vantaggio in questo caso sta nel fatto che l’induttanza del trasformatore riduce il contenuto armonico, lisciando la forma d’onda di corrente in ingresso. Quella più recente sfrutta i convertitori a commutazione che, tramite una conversione DC/DC, realizzano una regolazione direttamente lato corrente continua con componenti relativamente piccoli e leggeri, inoltre il ponte a diodi è direttamente collegato alla linea AC con la conseguente eliminazione

dell'ingombrante e costoso trasformatore. Il grosso svantaggio di questa seconda tecnica è però legato al fatto che ora la tensione continua è regolata approssimativamente sul condensatore. Questa corrente è poi riconvertita in alternata attraverso una commutazione in alta frequenza degli switch e quindi raddrizzata nuovamente. I vantaggi principali legati all'alimentazione attraverso commutazione sono la leggerezza, le dimensioni compatte, il funzionamento efficiente e, soprattutto, la mancanza del trasformatore. Con riferimento al circuito di figura 3.1.1, dal momento che lato alternata non è presente alcuna induttanza di livellamento, la corrente di ingresso all'alimentatore viene fornita con impulsi molto brevi.

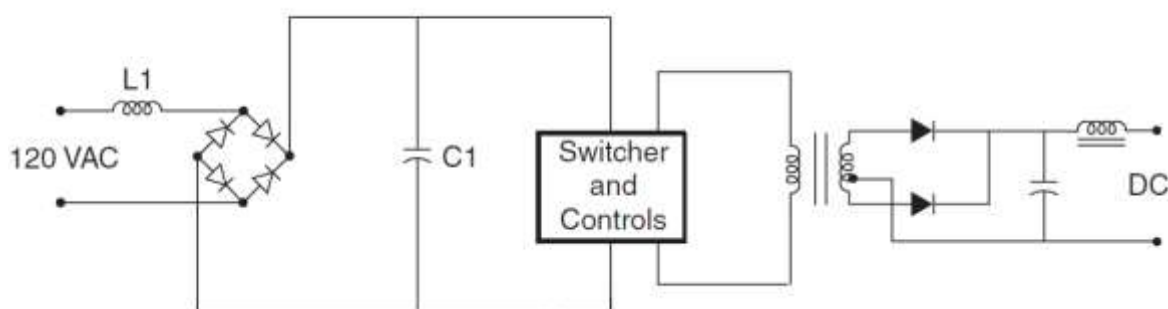


Fig.3.1.1. Alimentazione attraverso commutatore

La figura 3.1.2 mostra una tipica forma d'onda di corrente e il relativo spettro armonico fornito da un tipico circuito di alimentazione, con commutazione, di diverse apparecchiature elettroniche.

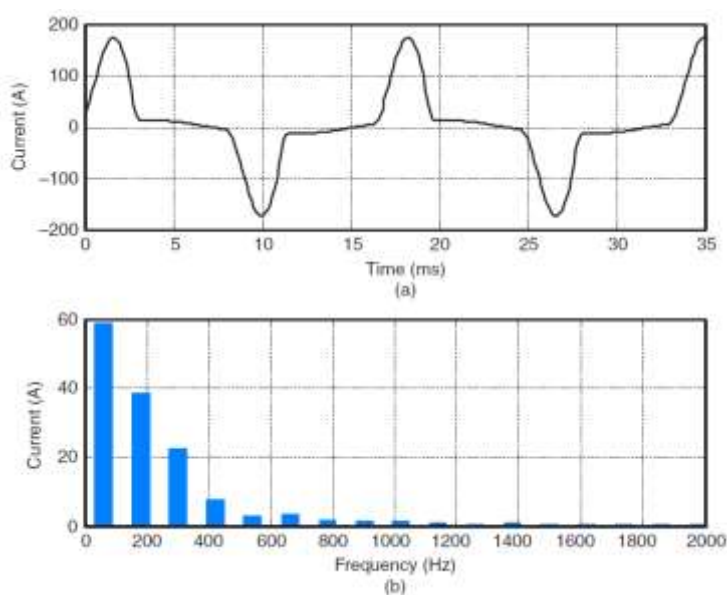


Fig.3.1.2. Forma d'onda di corrente (a) e relativo contenuto armonico (b).

Una caratteristica importante degli alimentatori a commutazione è la presenza di un elevato contenuto di terza armonica nella corrente. Poiché i componenti di terza armonica si sommano nel neutro di un sistema a tre fasi, come in figura 3.1.3, la continua e crescente domanda di alimentatori a commutazione sta portando notevole preoccupazione per il sovraccarico del conduttore di neutro, soprattutto in quegli edifici di vecchia data in cui il neutro potrebbe essere stato sottodimensionato. (Questo avviene se il neutro è disponibile, nei ponti trifase, generalmente, non lo è).

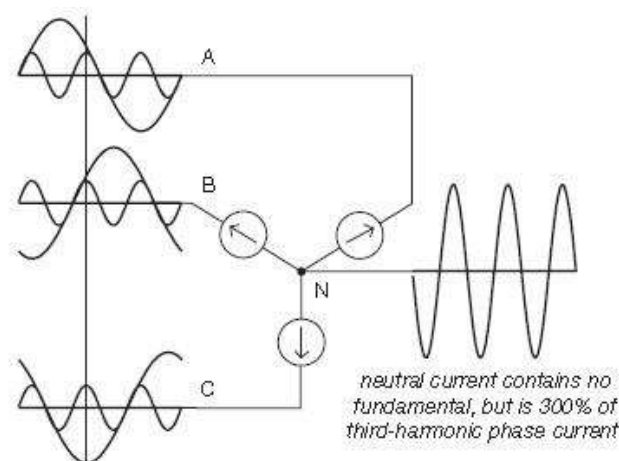


Fig.3.1.3. Correnti di terza armonica che si sommano nel neutro

### 3.2. Convertitori statici nelle reti trifase

Si è visto che i moderni impianti industriali sono caratterizzati da una diffusa presenza di carichi non lineari che possono iniettare correnti armoniche nel sistema di potenza, causando la distorsione della tensione, problema che viene aggravato dal fatto che normalmente questa tipologia di carichi ha un fattore di potenza relativamente basso.

Di conseguenza le utenze usano installare batterie di condensatori per migliorare il fattore di potenza, come è già stato accennato, per evitare di incorrere in multe. L'installazione di condensatori di rifasamento è però potenzialmente in grado di aumentare le correnti armoniche dovute ai carichi non lineari andando così incontro a possibili condizioni di risonanza. Siccome si usa installare i condensatori sul lato a tensione minore, le correnti di risonanza possono comportare anche un surriscaldamento di motori e trasformatori oltre ad un ovvio malfunzionamento delle apparecchiature elettroniche. In generale i carichi industriali non lineari possono essere divisi in tre categorie che verranno descritte separatamente. Una è proprio quella dei convertitori trifase, poi c'è quella dei forni ad arco

ed infine quella dei dispositivi saturabili.

I ponti raddrizzatori e, più in generale, i convertitori statici costituiti da diodi e tiristori generano armoniche lato rete, ma, a differenza dei convertitori monofase affrontati prima, hanno il grande vantaggio di non generare correnti di terza armonica. Nel seguito viene rappresentato un ponte raddrizzatore trifase con carico fortemente induttivo, raffigurato come un generatore di corrente continua (basta supporre che sia un motore di grossa potenza che assorbe una corrente costante), e le forme d'onda di tensione sul carico e corrente lato AC [4].

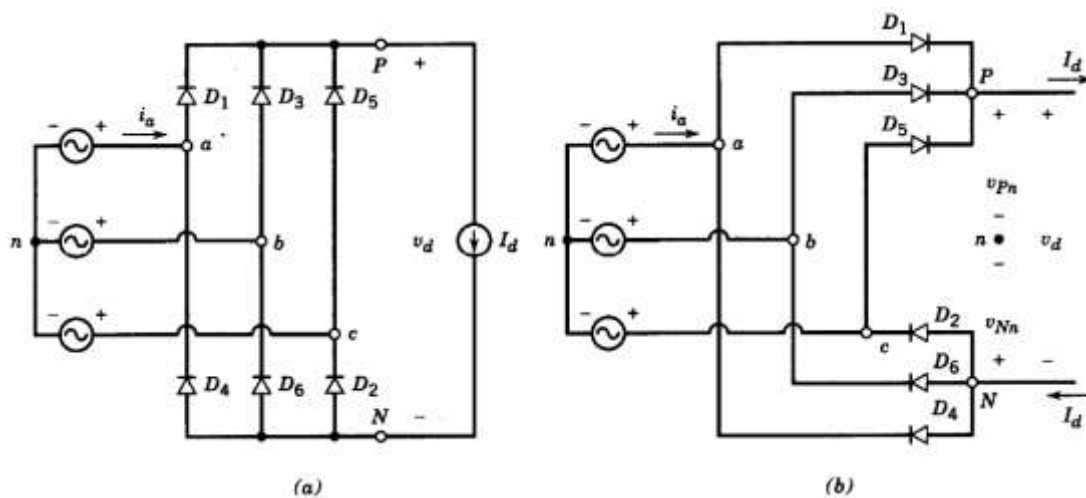


Fig.3.2.1. Ponte trifase a diodi con carico fortemente induttivo in due casi (a) e (b)

A dispetto delle loro diverse forme d'onda, le correnti a monte e valle del trasformatore stella/triangolo hanno le stesse componenti armoniche caratteristiche. Le componenti armoniche della corrente lato trasformatore, Fig.3.2.2, generate dal ponte a diodi, hanno ordine armonico  $h = np \pm 1$ , dove:

-  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

-  $p$  è il numero di rami del raddrizzatore, ad esempio:

o ponte di graetz  $\rightarrow p = 6$ ;

o ponte a 6 impulsi  $\rightarrow p = 6$ ;

o ponte a 12 impulsi  $\rightarrow p = 12$ ;

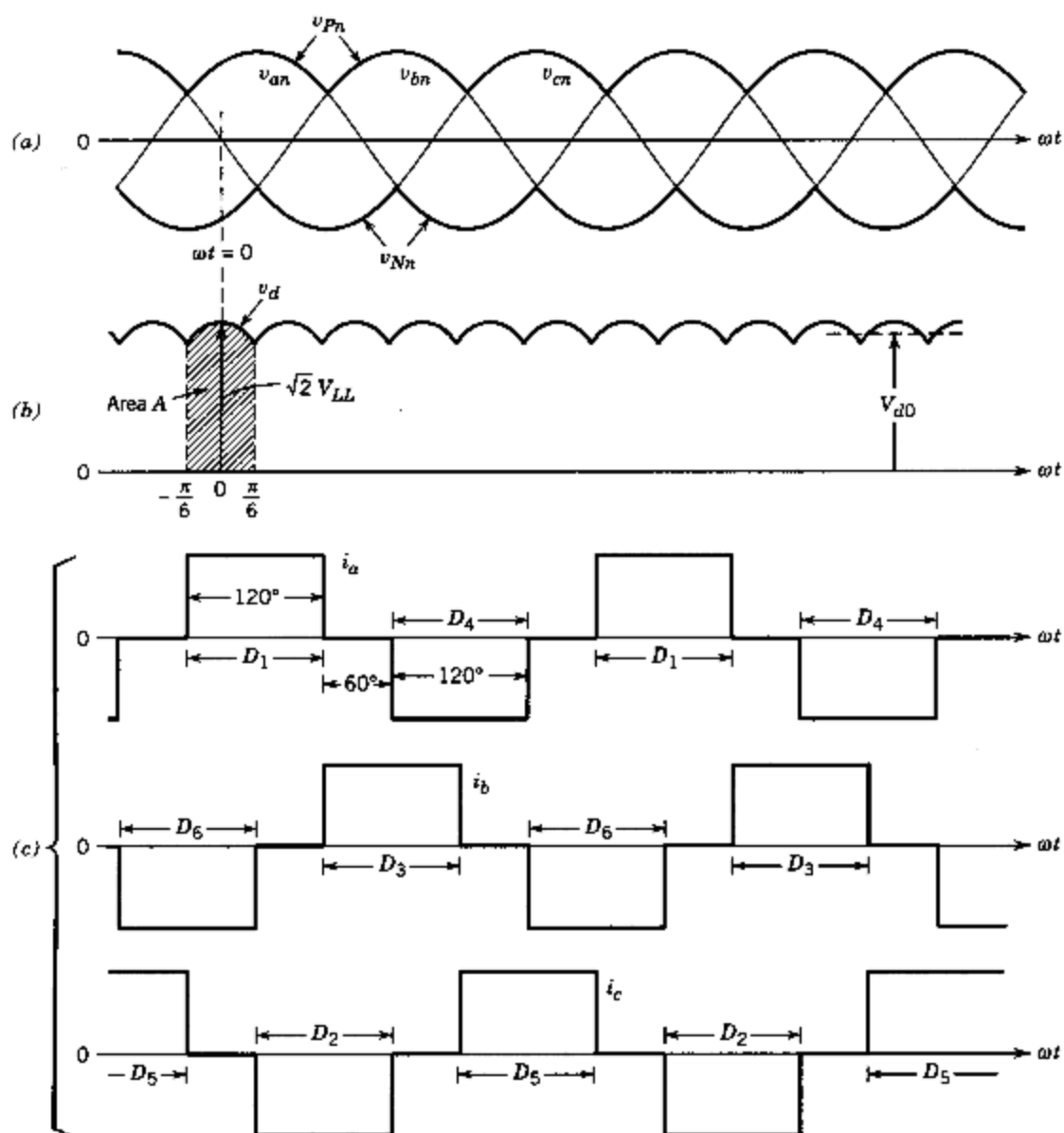


Fig.3.2.2. Forme d'onda di tensione lato carico (a), forme d'onda di corrente lato trasformatore (b)

Applicando la formula sottostante, i ponti con  $p=6$  sopra citati generano armoniche di ordine 5, 7, 11, 13, 17, 19, ecc, mentre i ponti con  $p=12$  generano armoniche di ordine 11, 13, 23, 25, ecc., disponendo i due secondari del trasformatore uno a stella e l'altro a triangolo, in maniera tale che le relative tensioni in uscita siano sfasate di  $30^\circ$  tra i due secondari (Fig.3.2.3). Le armoniche caratteristiche sono tutte di ordine dispari e le loro correnti, quando ci si avvicina al caso ideale, rispettano in via generale il rapporto di ampiezza  $I_h = I_1/h$ , dove  $I_1$  è l'ampiezza della fondamentale (Fig.3.2.4). Ciò significa che

le armoniche più importanti, con ampiezza maggiore, saranno la 5<sup>a</sup> e la 7<sup>a</sup> ma, come abbiamo visto, possono essere eliminate grazie all'utilizzo di un ponte a 12 impulsi.

$$I_{sh} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{3}} I_d \cdot \cos(h\vartheta) d\vartheta = \frac{2\sqrt{2}}{\pi h} \cdot I_d \cdot \sin(h \frac{\pi}{3}) \quad (3.2.1)$$

$$I_{s1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot I_d \quad (3.2.2)$$

$$\frac{I_{sh}}{I_1} = \frac{1}{h} \quad (3.2.3)$$

con  $h \neq 3k$  e  $k=1,2,3,\dots,n$

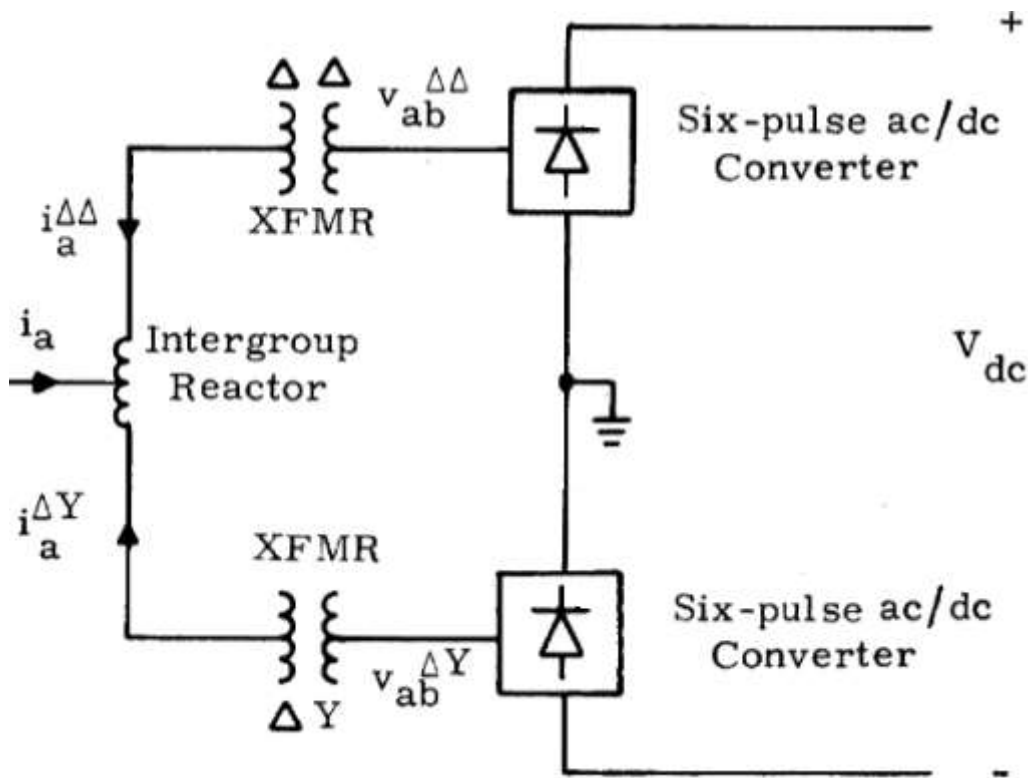


Fig.3.2.3. Ponte raddrizzatore a 12 impulsi con trasformatore sfasatore a monte

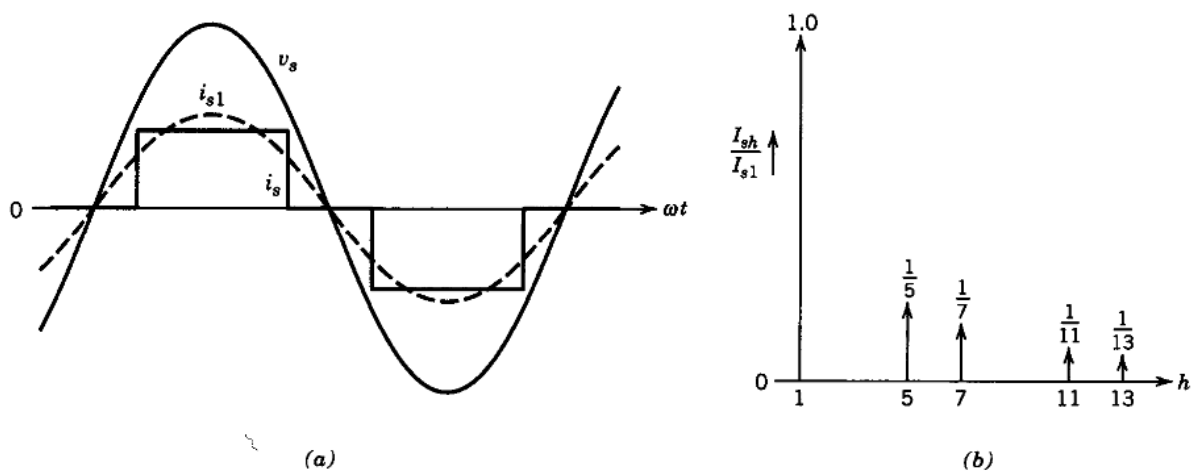


Fig.3.2.4. Forme d'onda di fase (a) e spettro armonico di corrente (b) lato trasformatore con raddrizzatore a 6 impulsi

In realtà, lo spettro di corrente è leggermente diverso. Vengono create nuove armoniche pari e dispari (riferite alle armoniche non caratteristiche) di piccola ampiezza e le ampiezze delle armoniche caratteristiche viene modificata dai seguenti fattori:

- asimmetria
- inesattezze nei tempi di cottura del tiristore
- tempi di commutazione
- imperfetto filtraggio.

Per i ponti a tiristori può poi essere osservato uno spostamento delle armoniche in funzione dell'angolo di fase del tiristore. Anche un ponte misto diodi-tiristori genera armoniche e visto che la 2° armonica può produrre seri danni e disturbi difficili da eliminare; sono usati solo a bassi livelli di tensione.

Altri convertitori di potenza quali i ciclo convertitori, dimmer, ecc. sono caratterizzati da più ricchi e variabili spettri rispetto ai ponti raddrizzatori. Molte volte tali convertitori sono sostituiti da convertitori che sfruttano la tecnica PWM, che opera con frequenze di commutazione molto elevate (circa 20kHz), e sono in genere disegnati per generare bassi livelli di armoniche [2].

### **3.3. Azionamenti**

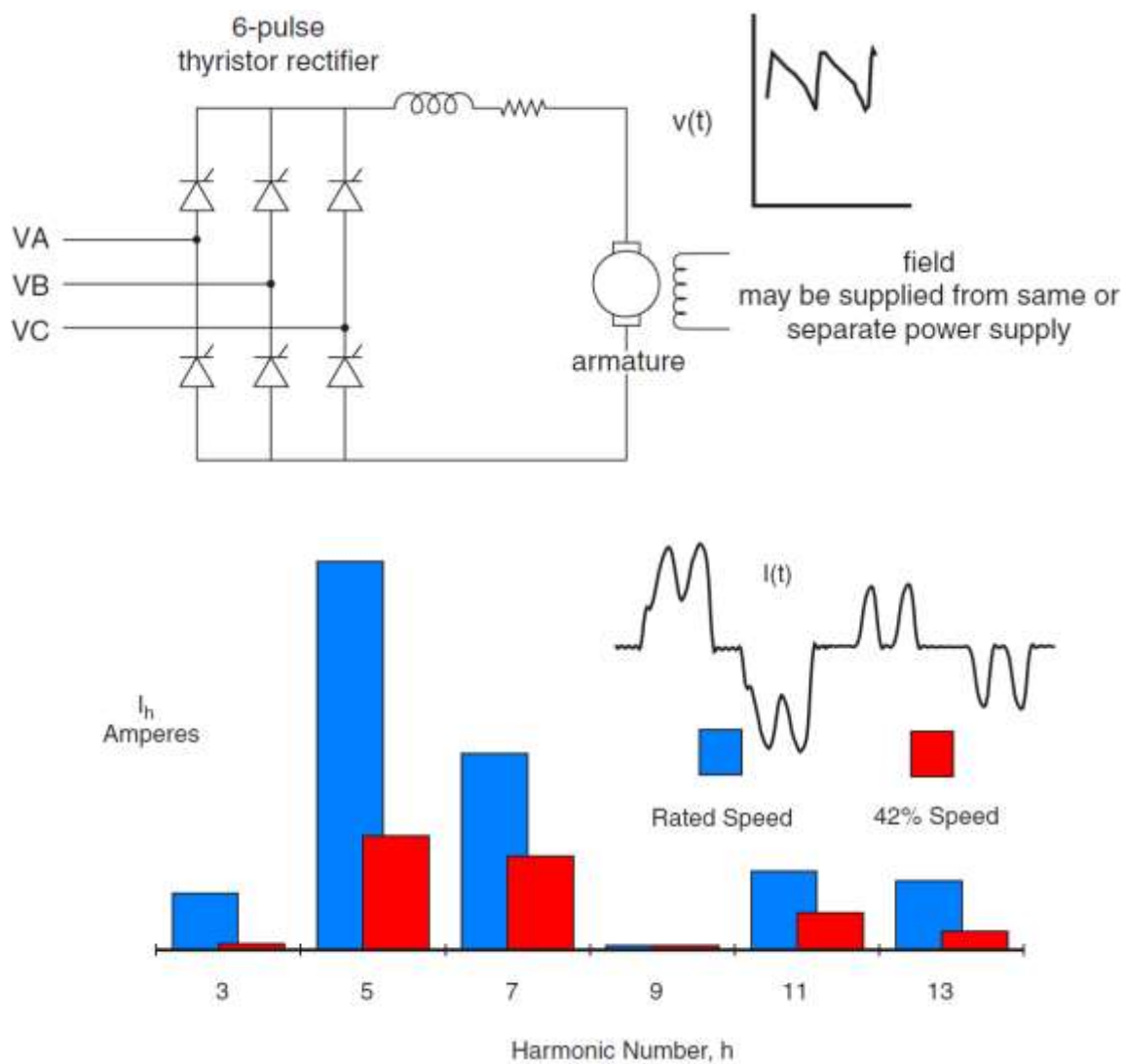
#### **3.3.1. Azionamenti in DC**

Per i dispositivi e azionamenti in corrente continua è fondamentale il raddrizzamento della corrente di rete. I motori funzionanti in DC hanno una gamma di velocità di funzionamento ben più ampia dei corrispettivi motori alimentati in AC oltre ad avere una coppia di avviamento più alta; tuttavia sono caratterizzati da un costo di manutenzione e acquisto elevati, cosa che va a grosso svantaggio di tali azionamenti dal momento che il costo dei dispositivi di conversione sta andando via via abbassandosi negli anni. La gran parte degli azionamenti in DC usa raddrizzatori a sei impulsi del tipo di figura 3.3.1, ma grandi unità possono usare anche raddrizzatori a 12 impulsi. Ciò riduce la corrente nei tiristori e riduce alcune delle armoniche più grandi della corrente AC: le due armoniche più importanti sono la 5° e la 7° che, con un convertitore a dodici impulsi, si può pensare di ridurre fino ad un 90%. I due svantaggi del convertitore a dodici impulsi sono il maggior numero, e quindi il costo dei componenti elettronici, e la presenza di un trasformatore che di solito è resa necessaria.

#### **3.3.2. Unità in AC**

Negli azionamenti in AC, l'uscita del convertitore è invertita per produrre una tensione alternata per il motore a frequenza variabile. Gli inverter sono di solito divisi in inverter generatori di tensione (VSI) o inverter generatori di corrente (CSI). Il primo richiede una tensione continua in ingresso con un basso ripple, il che si ottiene grazie ad un filtro LC; viceversa, per un inverter CSI, si necessita di una corrente continua ingresso che si ottiene, inserendo un induttore in serie. Di solito i motori usati in questi casi sono motori asincroni a gabbia di scoiattolo che hanno un costo relativamente basso, sono robusti e richiedono poca manutenzione; i motori sincroni sono usati invece dove il controllo della velocità è più critico. Un esempio di schema di alimentazione di un motore AC attraverso un convertitore è riportato in Fig.3.3.2. È molto importante notare che la distorsione armonica negli azionamenti per la regolazione della velocità non è costante. Le forme d'onda cambiano infatti in modo significativo al variare della velocità e della coppia.





b)

Fig.3.3.1. Raddrizzatore controllato a sei impulsi per alimentazione di un motore in DC: a) schema di principio, b) forme d'onda e contenuto armonico della corrente assorbita lato AC

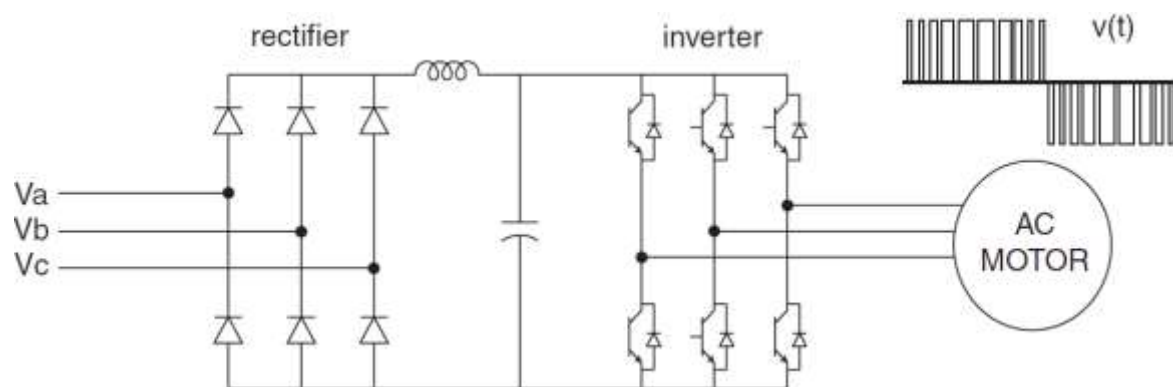


Fig.3.3.2. Controllo motore tramite PWM

### 3.4. Forni ad arco

L'arco è definito da una caratteristica non lineare, asimmetrica ed è instabile. Come mostrato nella seguente figura, l'arco è fondamentalmente un morsetto di tensione in serie con una reattanza che ne limita la corrente ad un valore ragionevole. In seguito all'innesco dell'arco, la tensione diminuisce all'aumentare della corrente d'arco che resta limitata dalla sola impedenza del sistema. Nel caso dei forni ad arco elettrico, ciò che limita la corrente è principalmente l'impedenza del cavo. L'arco elettrico è un importante fonte di armoniche di tensione tanto è vero che, se si potesse registrare la forma d'onda che passa attraverso l'arco, si osserverebbe una forma simil-trapezoidale. Fortunatamente l'impedenza del forno e dei conduttori porta un effetto benefico di attenuazione, di modo che la tensione risulti solo moderatamente distorta.

I dispositivi trifase possono essere collegati in maniera tale da eliminare le componenti di terza armonica ma il problema è che normalmente i carichi risultano sbilanciati durante la fase di fusione, perciò tale cancellazione di armoniche non funziona. Questo accorgimento funziona meglio durante la fase di raffinazione nella quale l'arco risulta più costante.

I forni ad arco usati nell'industria siderurgica possono essere del tipo AC o DC.

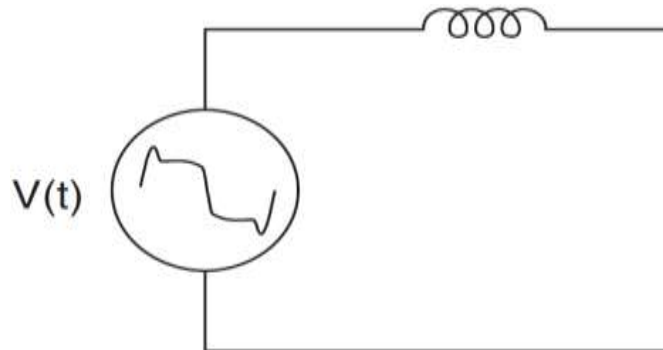


Fig.3.4. Circuito equivalente per un forno ad arco

#### 3.4.1. Forni ad arco in AC

Esso genera uno spettro che comprende armoniche di ordine pari e di ordine dispari e che viene per tale motivo definito come continuo. Si parla quindi di rumore di fondo a tutte le frequenze. Lo spettro dipende dal tipo di forno, dalla potenza e dal tipo di operazione (es. raffinazione, ecc.); con la misura si deve quindi determinare l'esatto spettro.

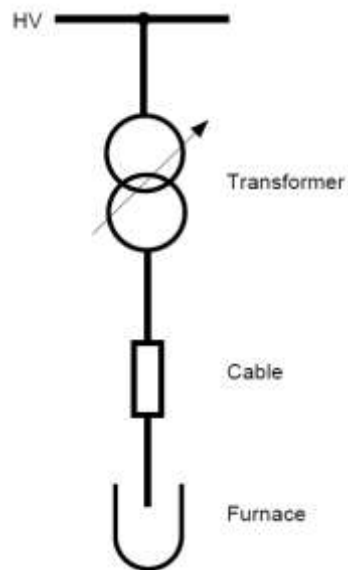


Fig.3.4.1.1. Forno ad arco alimentato da una sorgente in AC

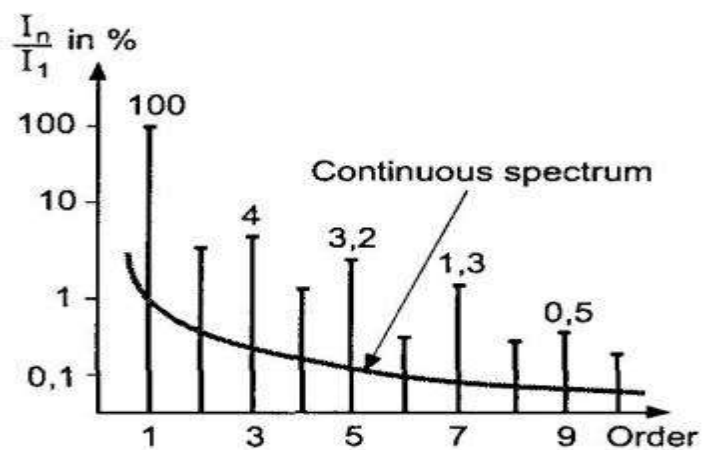


Fig.3.4.1.2. Spettro armonico per il forno sopracitato

### 3.4.2. Forni ad arco in DC

In questo caso l'arco è formato da un raddrizzatore ed è più stabile rispetto ai forni ad arco in corrente alternata. La corrente nominale può essere suddivisa in:

- Uno spettro simile a quello del raddrizzatore
- Uno spettro continuo inferiore a quello di un forno ad arco del tipo AC

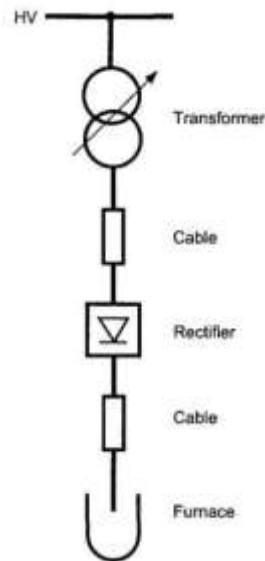


Fig.3.4.2.1. Forno ad arco con alimentazione in DC

### 3.6. Dispositivi saturabili

In questa categoria cadono i trasformatori, i motori e tutti quei dispositivi elettromagnetici con una parte centrale in ferro. Essi possono essere infatti fonte di distorsione armonica a causa delle caratteristiche non lineari della curva di magnetizzazione del ferro.

#### 3.6.1. Trasformatori

I trasformatori sono progettati per lavorare appena sotto il ginocchio della caratteristica di magnetizzazione. Anche se la corrente di eccitazione del trasformatore è caratterizzata da un gran numero di armoniche alla normale tensione di funzionamento, essa è di solito meno dell'un per cento della corrente nominale a pieno carico. I trasformatori non sono quindi così preoccupanti come lo possono essere i convertitori, che possono portare ad avere correnti armoniche per un 20% del valore efficace della nominale, ma possono comunque comportare qualche malfunzionamento in quelle reti costituite da un gran numero di trasformatori. In particolare la corrente magnetizzante, figura 3.6.1.2, è più facile da notare durante le prime ore della giornata, in cui pochi carichi sono allacciati alla rete e quei pochi che ci sono non comportano lo stesso effetto attenuante che possono dare tutti i carichi collegati assieme. Ci sono poi dei trasformatori che vengono fatti lavorare volutamente in zona di saturazione come accade per quelli usati nei circuiti dei forni ad induzione. È quindi facile concludere che l'impedenza di un reattore saturabile è variabile con la corrente che

scorre attraverso di esso, con conseguente notevole distorsione armonica. Questo è, ad esempio, il caso dei trasformatori a vuoto sottoposti ad una sovratensione continua.

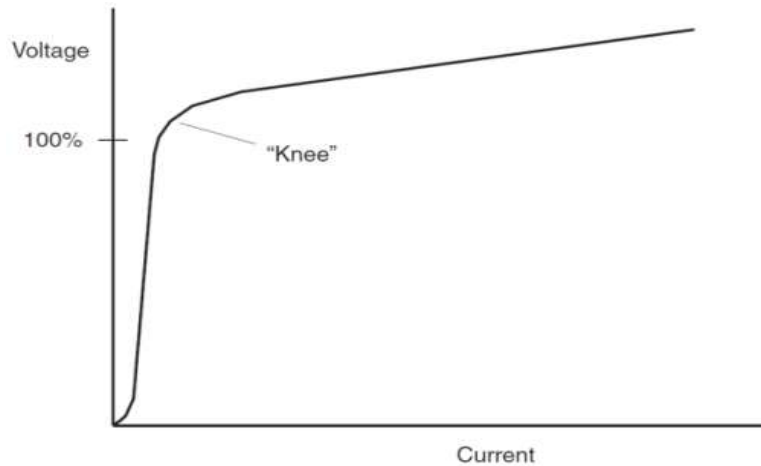


Fig.3.6.1.1. Caratteristica magnetica del trasformatore

### 3.6.2. Macchine Rotanti

Macchine rotanti generano armoniche di ordine alto, però spesso con ampiezza trascurabile, quando sono sovraeccitate. Ci sono però motori monofase o di piccola potenza che hanno una forma d'onda pressoché triangolare, con conseguenti importanti terze armoniche. Le macchine sincrone piccole però possono generare terze armoniche di tensione che possono avere i seguenti effetti:

- Continuo riscaldamento (senza guasti) dei resistori di messa a terra del centro stella
- Malfunzionamento dei relè di corrente destinati a proteggere contro i guasti dell'isolamento.

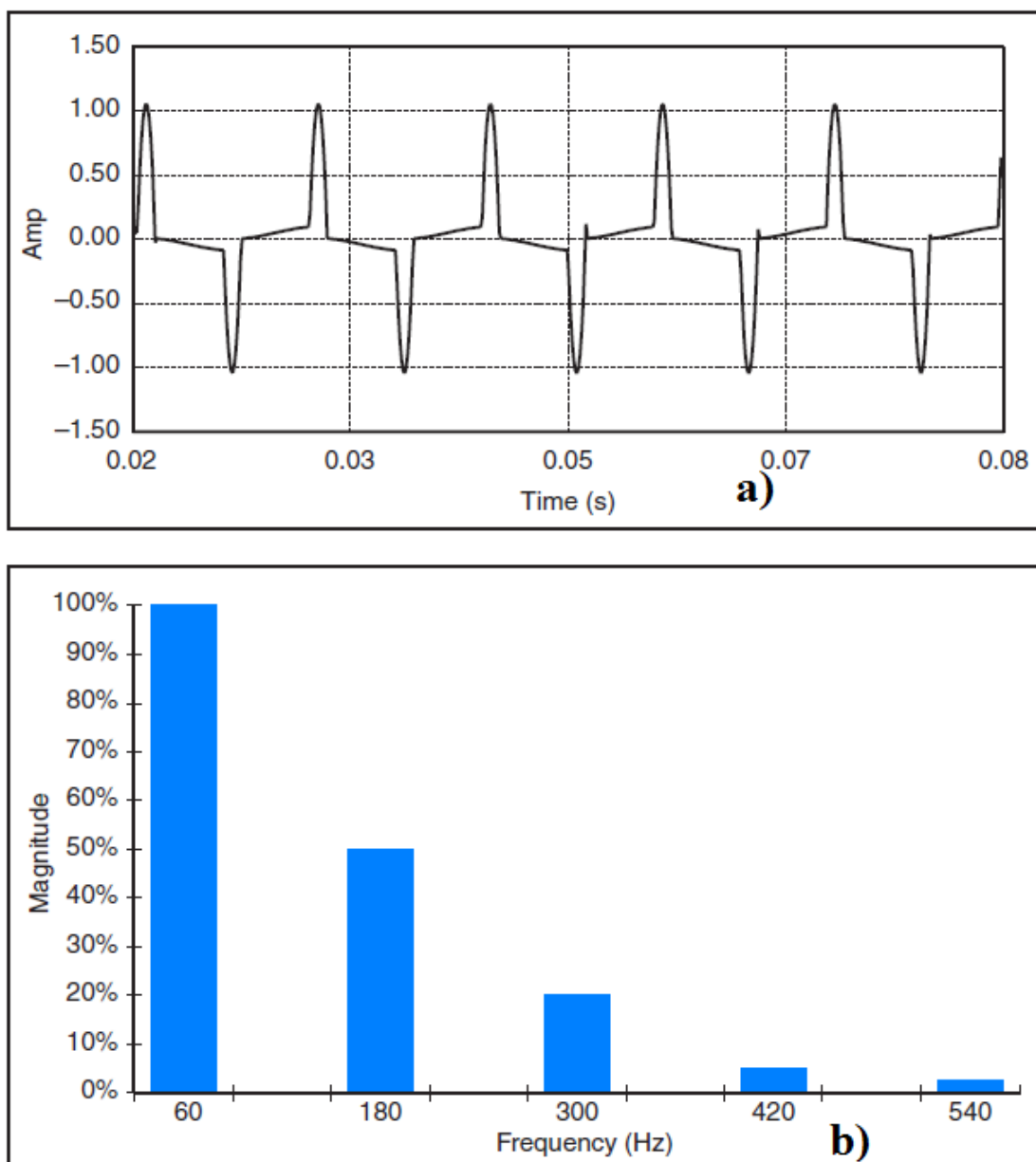


Fig.3.6.1.2. Corrente magnetizzante di un trasformatore (a) e relativo spettro armonico (b).

## CAPITOLO 4 – COMPORTAMENTO DELLA RETE

In un sistema di potenza, interessato da un disturbo, la risposta del sistema è tanto importante quanto la sorgente del disturbo stesso. Infatti i sistemi di potenza tollerano abbastanza bene le correnti iniettate da carichi che producono armoniche a meno che non ci sia qualche interazione sfavorevole con l'impedenza del sistema. L'identificazione della sorgente del disturbo è quindi solo metà del lavoro da fare in un'analisi armonica. Ci sono 3 variabili primarie che influenzano la risposta di un sistema, i.e., l'impedenza del sistema, la presenza di banchi di condensatori e l'insieme dei carichi resistivi del sistema.

### 4.1. Impedenza del sistema

Alla frequenza industriale i sistemi di potenza sono principalmente induttivi e l'impedenza equivalente viene solitamente chiamata reattanza di corto circuito [2]. Gli effetti capacitivi vengono generalmente trascurati nei sistemi di distribuzione ed in quelli industriali di potenza. Una delle quantità più frequentemente usata nell'analisi armonica di un sistema elettrico è l'impedenza di corto circuito nel punto di collegamento del banco di condensatori con la rete. Se questa non è direttamente disponibile, può essere calcolata dai risultati di uno studio del cortocircuito che dà o la potenza o la corrente di cortocircuito, dalla quale si ottiene:

$$\dot{Z}_{cc} = R_{cc} + jX_{cc} = \frac{(kV \cdot 1000)}{\sqrt{3} \cdot I_{cc}} \quad (4.1.1)$$

dove:

$\dot{Z}_{cc}$	impedenza di cortocircuito
$R_{cc}$	resistenza di cortocircuito
$X_{cc}$	reattanza di cortocircuito
$kV$	tensione concatenata, [kV]
$I_{cc}$	corrente di cortocircuito, [A]

$\dot{Z}_{cc}$  è una quantità fasoriale, formata da resistenza e reattanza (comunque se i risultati dell'analisi di corto circuito non contengono informazioni di fase solitamente si usa assu-

mere che l'impedenza sia puramente reattiva). La parte induttiva dell'impedenza varia linearmente con la frequenza. Un errore comune è quello di dimenticarsi in un'analisi armonica di correggere tale valore all'aumentare della frequenza. La reattanza alla h-esima armonica è poi determinabile dalla reattanza  $X_1$  alla fondamentale, tramite:

$$X_h = X_1 \cdot h \quad (4.1.2)$$

In molti sistemi elettrici si può generalmente assumere che la resistenza non vari significativamente finché si studiano gli effetti delle armoniche di ordine inferiore a 9. Nelle linee e nei cavi (quando l'effetto pelle diventa significativo nel conduttore alle alte frequenze) la resistenza varia con la radice quadrata della frequenza. L'eccezione a questa regola è data da alcuni trasformatori, in quanto a causa delle perdite per correnti parassite vaganti, la resistenza apparente dei grandi trasformatori può variare più che proporzionalmente con la frequenza. Questo può avere un effetto smorzante molto benefico nei confronti della risonanza che verrà trattato in seguito [2]. Nei trasformatori più piccoli, minori di 100 kVA, le resistenze degli avvolgimenti sono così elevate rispetto alle altre impedenze che annullano gli effetti delle correnti parassite, una piccola variazione della resistenza apparente la si può avere solo quando la frequenza supera i 500 Hz. Naturalmente questi piccoli trasformatori hanno un rapporto X/R che varia tra 1.0 e 2.0 alla frequenza fondamentale, mentre i trasformatori più grandi hanno tipicamente rapporti da 20 a 30. Questo significa che se la linea che si sta studiando è "dominata" dall'impedenza del trasformatore piuttosto che da quella di linea, il modello dell'impedenza del sistema va trattato più attentamente.

Un andamento dell'impedenza in funzione della frequenza per un sistema induttivo (nessun condensatore installato) si può valutare dalla Fig.4.1.1. In questo semplice modello vengono trascurate le capacità, le quali peggiorano notevolmente l'analisi armonica.

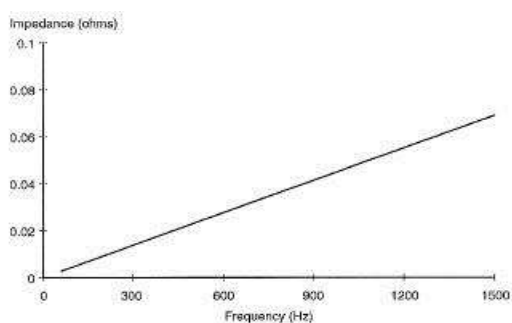


Fig.4.1.1. Impedenza di rete in funzione della frequenza



Trascurando comunque gli effetti resistivi si ottiene una previsione più cautelativa ai fini della distorsione armonica. In un sistema elettrico industriale la reattanza equivalente è spesso approssimabile a quella del trasformatore di servizio, si può quindi fare l'approssimazione:

$$X_{cc} \cong X_{tr} \quad (4.1.3)$$

Anche se non molto precisa, generalmente è più del 90% della totale impedenza, questa approssimazione è sufficiente per valutare la possibilità o meno di problemi di risonanza. L'impedenza del trasformatore, in ohm, può essere determinata dall'impedenza percentuale del trasformatore data nei dati di targa:

$$X_{tr} = \frac{kV^2}{MVA_{3f}} \cdot Z_{tr} (\%) \quad (4.1.4)$$

#### 4.2. Impedenza capacitiva

Gli shunt capacitivi, che possono essere installati da un utente per la correzione del fattore di potenza o nei sistemi di distribuzione per la correzione della tensione, alterano drasticamente l'impedenza del sistema al variare della frequenza. I condensatori non generano armoniche, ma importanti distorsioni armoniche possono talvolta essere attribuite alla loro presenza. Mentre la reattanza di un componente induttivo aumenta proporzionalmente con la frequenza, la reattanza capacitiva  $X_c$  decresce proporzionalmente:

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} \quad (4.2)$$

dove  $C$  è la capacità in farad.

Questa quantità è raramente disponibile direttamente per i condensatori di potenza, i quali vengono caratterizzati in termini di kvar o Mvar ad una determinata tensione. La reattanza capacitiva equivalente tra fase e neutro, alla frequenza fondamentale, per un banco di condensatori può essere determinata da:

$$X_c = \frac{kV^2}{Mvar} \quad (4.2')$$

Per banchi trifase basta inserire la tensione concatenata e la potenza reattiva trifase impegnata.

#### 4.2.1. Risonanza serie

Ci sono certi casi in cui un condensatore in derivazione e l'induttanza di un trasformatore o di una linea di distribuzione appaiono in serie ad una sorgente di armoniche di corrente. Se la frequenza di risonanza corrisponde alla frequenza armonica caratteristica del carico non lineare, il circuito LC drena gran parte della corrente circolante nel sistema elettrico.

Un consumatore non ha carichi non lineari, ma spesso utilizza condensatori per la correzione del fattore di potenza, e questi possono essere sede di grandi distorsioni armoniche di tensione dovute alla loro vicinanza a sorgenti armoniche. Questa situazione è rappresentata in Fig. 4.2.1.1.

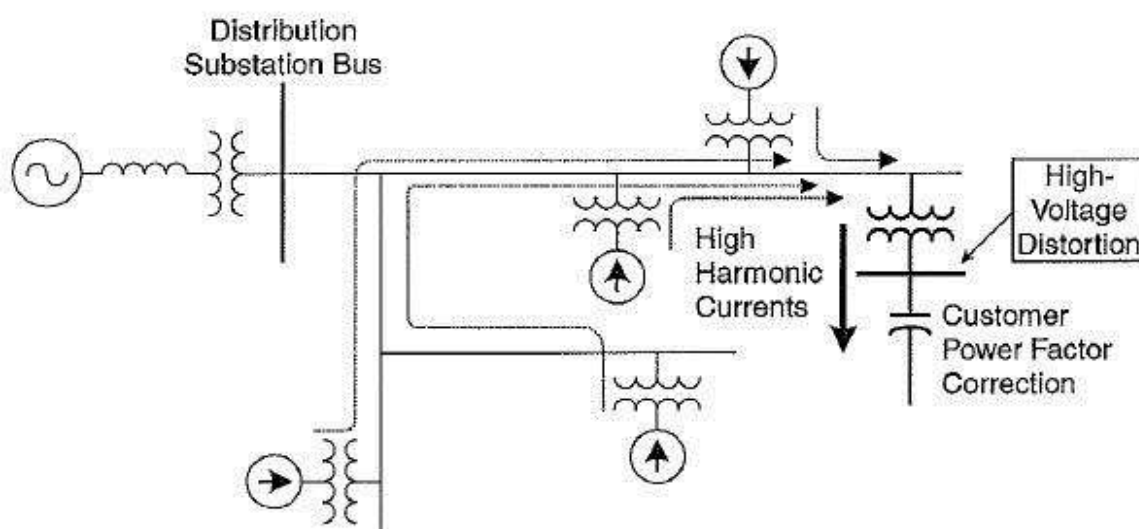


Fig.4.2.1.1. Sistema con possibili problemi di risonanza serie

Durante la risonanza, i condensatori di rifasamento formano un circuito serie con il trasformatore e la sorgente armonica. Il circuito semplificato è mostrato in Fig. 4.2.1.2.

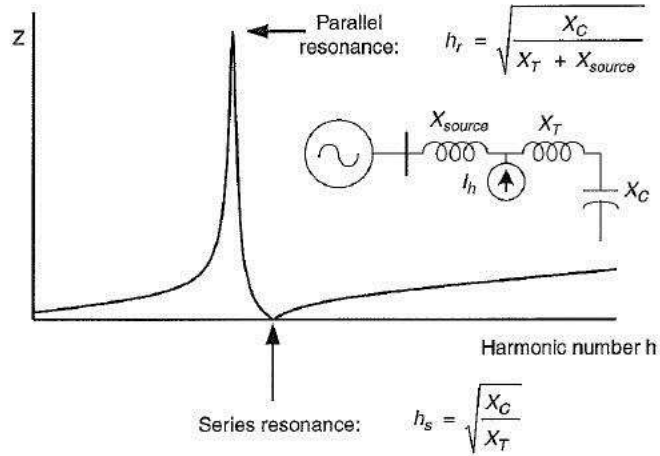


Fig.4.2.1.2. Risposta in frequenza di un circuito con risonanza serie.

La sorgente armonica mostrata in figura 4.2.1.2 rappresenta la totalità delle armoniche prodotte dagli altri carichi. La serie dell'induttanza del trasformatore con il banco di condensatori è molto piccola (teoricamente zero) e limitata solo dalle loro resistenze. Così l'armonica di corrente corrispondente alla frequenza di risonanza può circolare liberamente nel circuito. La tensione sui condensatori è molto elevata e fortemente distorta, infatti:

$$V_s = \frac{X_C \cdot V_h}{X_{tr} + X_C + R} \cong \frac{X_C}{R} \cdot V_h \quad (4.2.1.1)$$

dove:

$V_h$  armonica di tensione corrispondente all'armonica di corrente  $I_h$

$V_s$  tensione ai capi del banco di condensatori.

La resistenza  $R$  del circuito risonante serie non è mostrata in Fig.4.2.1.2, ma è molto piccola rispetto alla reattanza. La trascurabile impedenza del circuito risonante serie può essere sfruttata per assorbire determinate armoniche di corrente (che è infatti il principio di funzionamento di un filtro). In molti sistemi con potenziali problemi di risonanza serie sorgono anche problemi di risonanza parallelo dovuti alla topologia del circuito. Uno di questi è mostrato in Fig. 4.2.1.2, dove la risonanza parallelo è formata dal parallelo tra  $X_{source}$  e la serie di  $X_T$  e  $X_C$ . Gli effetti della risonanza parallelo si mostrano sempre prima di quelli

della risonanza serie, a causa del contributo dell'induttanza del sistema. La frequenza di risonanza parallelo può essere rappresentata dalla seguente equazione:

$$h_r = \sqrt{\frac{X_c}{X_T + X_{source}}} \quad (4.2.1.2)$$

#### 4.2.2. Risonanza parallelo

Più o meno tutti gli elementi circuitali hanno sia capacità che induttanze e sono caratterizzati dall'avere frequenze naturali, in corrispondenza delle quali la reattanza capacitiva  $1/(\omega C)$  e la reattanza induttiva  $\omega L$  sono di uguale modulo, costringendo l'energia ad oscillare tra il campo magnetico di una induttanza ed il campo elettrico di un condensatore. Quando una di queste frequenze coincide con una frequenza prodotta dal sistema elettrico si può sviluppare una risonanza alla quale possono presentarsi tensioni, correnti con valori molto elevati. Questa è l'origine di molti problemi di distorsione armonica sui sistemi di potenza. La Fig.4.2.2.1 mostra un sistema di distribuzione con potenziali problemi di risonanza parallelo, in cui i carichi, in parallelo con la rete, risuonano a una certa frequenza di accordo.

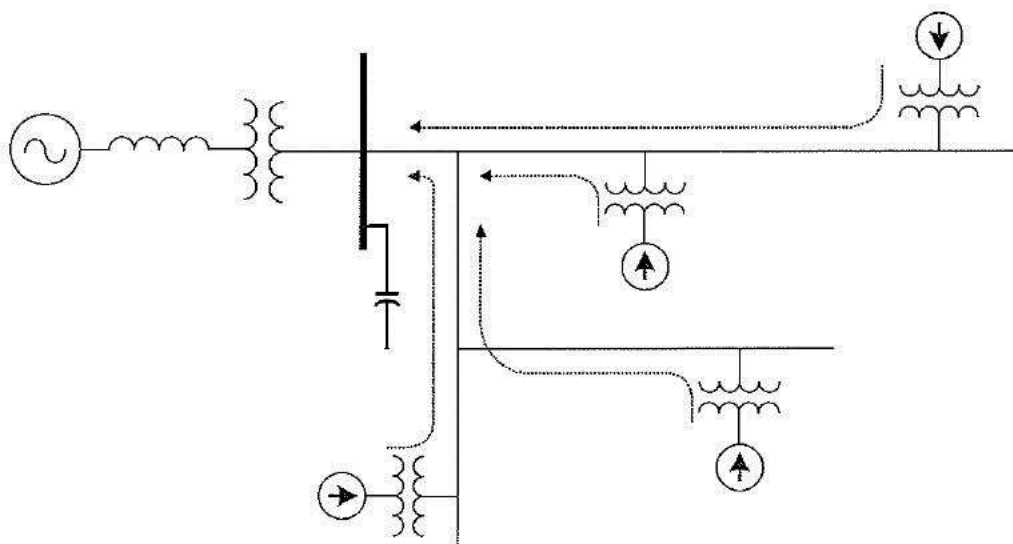


Fig.4.2.2.1. Sistema con possibili problemi di risonanza parallelo

Nel caso si presenti una sorgente di armoniche di corrente i condensatori in derivazione risultano in parallelo all'induttanza equivalente del sistema (generatore di tensione, linea e

trasformatore) alla frequenza armonica, come mostrato più semplicemente in Fig.4.2.2.2. Assumendo che il generatore equivalente di tensione contenga la sola frequenza fondamentale, la sorgente di tensione in figura appare cortocircuitata rispetto alle armoniche di corrente introdotte dal carico. La risonanza parallelo si manifesta nel momento in cui la reattanza capacitiva  $X_c$  e quella del sistema di distribuzione si compensano a vicenda. La frequenza alla quale avviene questo fenomeno è detta frequenza di risonanza parallelo, che può essere espressa tramite:

$$f_p = \frac{1}{[2\pi\sqrt{L_{eq}\cdot C}]} \quad (4.2.2.1)$$

dove:

$L_{eq}$  induttanza equivalente della sorgente e del trasformatore

$C$  capacità del banco di condensatori

Alla frequenza di risonanza l'impedenza risultante dal parallelo dell'induttanza e della capacità vista dalla sorgente armonica risulta molto grande, cioè:

$$|Z_p| = \frac{[X_c \cdot (X_{Leq} + R)]}{X_c + X_{Leq} + R} = \quad (4.2.2.2)$$

Dove  $X_{Leq} = -X_c$  e  $R$  è la resistenza del circuito,

$$\frac{[(X_c \cdot (X_c + R))]}{R} \cong \quad (4.2.2.3)$$

$$\frac{X_c^2}{R} = Q \cdot X_c \quad (4.2.2.4)$$

$$Q = \frac{X_c}{R} \quad (4.2.2.5)$$

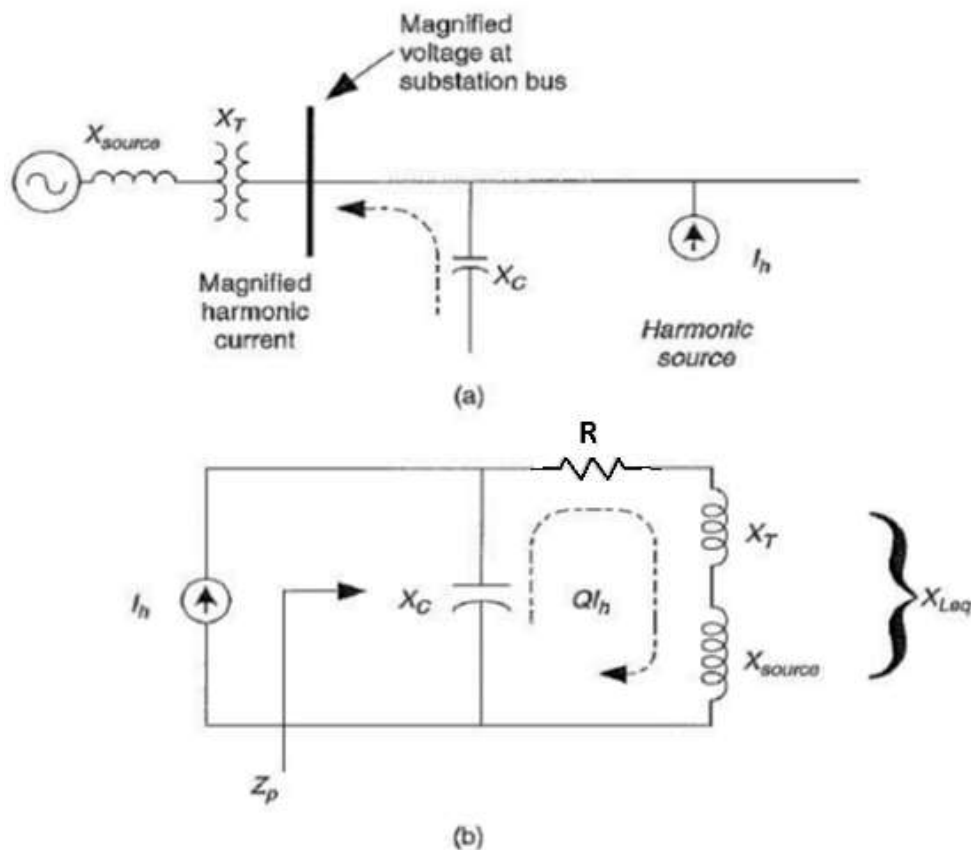


Fig.4.2.2.2 (a) Circuito di distribuzione semplificato e (b) circuito risonante parallelo visto dalla sorgente armonica

Si ricorda che queste reattanze sono calcolate alla frequenza di risonanza.  $Q$  spesso è nota come fattore di qualità del circuito risonante e determina la forma della risposta in frequenza. Esso varia considerevolmente a seconda della posizione del sistema elettrico, e.g., può essere minore di 5 nelle linee di alimentazione e di distribuzione e maggiore di 30 nelle linee secondarie a valle di grandi trasformatori abbassatori [2]. Dall'equazione precedente è chiaro che, in condizione di risonanza parallelo, anche una piccola armonica di corrente può causare elevate tensioni sull'impedenza risultante, ovvero:

$$V_p = Q \cdot X_{Leq} \cdot I_h \quad (4.2.2.6)$$

La tensione vicino al banco di condensatori può essere molto elevata e fortemente distorta.

Esaminiamo ora il comportamento della corrente durante la risonanza. La corrente che fluisce attraverso il banco di condensatori o nel sistema elettrico è:

$$I_{Ris} = \frac{V_p}{X_c} = Q \cdot I_h \quad (4.2.2.7)$$

È chiaro quindi che la corrente che fluisce nei condensatori e nel sistema elettrico (ovvero nel trasformatore) viene incrementata  $Q$  volte. Questo può causare la messa fuori funzione del banco di condensatori, l'intervento dei fusibili e il surriscaldamento dei trasformatori. L'ampiezza dell'aumento di tensione o corrente è determinato dalla dimensione del banco dei condensatori. La Fig.4.2.2.3 mostra gli effetti di vari valori di capacità in relazione all'impedenza del trasformatore vista dalla sorgente armonica, considerando anche il caso in cui non ci siano condensatori.

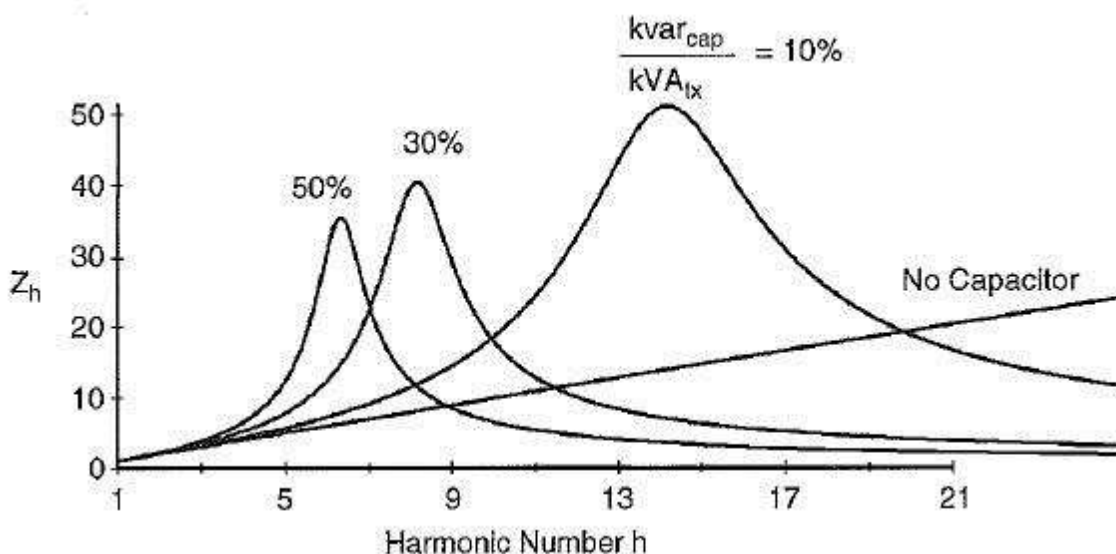


Fig.4.2.2.3. Risposta in frequenza di un sistema con diversi valori di capacità in relazione al trasformatore.

#### 4.3. Effetti della resistenza e dei carichi resistivi

Constatare che la frequenza di una sorgente armonica coincide con la frequenza di risonanza non è sempre allarmante. Lo smorzamento dovuto alle resistenze del sistema è spesso sufficiente per prevenire livelli critici di tensione e corrente. La Fig.4.3.1 mostra

l'impedenza di un circuito risonante parallelo per vari valori di carico resistivo in parallelo alla capacità. Un contributo anche piccolo, dell'ordine del 10%, da parte del carico resistivo ha benefici significativi sul picco dell'impedenza. Allo stesso modo se si hanno linee di collegamento tra il banco di condensatori e il più vicino trasformatore sufficientemente lunghe, l'effetto della risonanza viene notevolmente smorzato. Linee e cavi possono quindi aggiungere significative porzioni di resistenza al circuito equivalente. Queste resistenze sono il motivo per cui si vedono raramente problemi catastrofici dovuti alle armoniche su condensatori e carichi. Questo non vuol dire che non si abbiano problemi di risonanza, ma questi generalmente non sono tali da danneggiare componenti elettrici del sistema. I maggiori problemi di risonanza si hanno quando i condensatori sono installati sulle linee delle sottostazioni, sugli utilizzatori delle sottostazioni, sulle installazioni industriali e, in genere, in situazioni in cui si hanno rilevanti potenze di corto circuito. In questi casi, dove l'impedenza predominante è quella del trasformatore che ha un elevato rapporto  $X/R$ , la resistenza è piccola ed il picco della corrente risultante è molto alto e appuntito. Questo è spesso causa della rottura di condensatori, trasformatori ed altre apparecchiature.

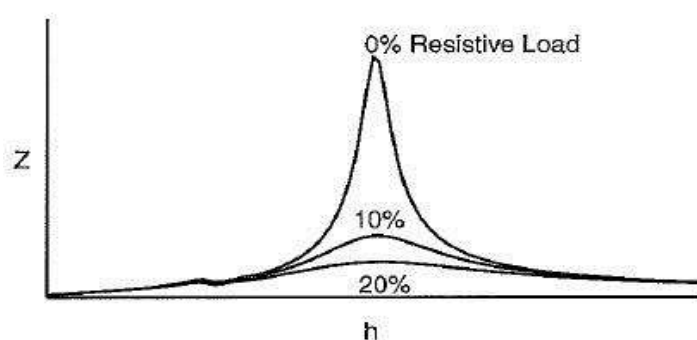


Fig.4.3.1. Effetti dei carichi resistivi sulla risonanza

#### 4.4. Soluzioni per evitare la risonanza

Il metodo principale per evitare i problemi di risonanza è di mantenere la frequenza di risonanza il più distante possibile dalle frequenze armoniche che hanno ampiezze considerevoli.

Questo può essere ottenuto cambiando l'induttanza o la capacità dei componenti della rete. Tuttavia, le possibilità sono limitate, se una particolare configurazione della rete è definita dalla potenza di alimentazione e dalla compensazione della potenza reattiva. In particolare, quando si deve utilizzare una batteria automatica di condensatori, devono essere prese in



considerazione molte condizioni di risonanza. La soluzione più comune per evitare i problemi di risonanza è quella di collegare un reattore in serie col condensatore ed accordarli ad una frequenza di risonanza serie inferiore alla più bassa frequenza delle tensioni e delle correnti armoniche della rete. Sotto la frequenza di accordo, l'impedenza della connessione reattore-condensatore è capacitiva, sopra la frequenza di accordo risulta induttiva. L'interazione dell'induttanza della rete e dell'impedenza (induttiva) della connessione reattore-condensatore non può più creare situazioni di risonanza, né risonanza serie né risonanza parallelo, alle frequenze delle tensioni e delle correnti armoniche presenti sulla rete. Il reattore può essere definito dal suo grado di induttanza:

$$p = \left| \frac{X_L}{X_C} \right| \quad (4.4.1)$$

Conoscendo  $p$ , si può stabilire la frequenza  $f_r$  che caratterizza il circuito risonante induttanza-capacità, come avviene nell'equazione (4.4.2), dove  $f_1$  è riferita alla fondamentale:

$$\frac{f_r}{f_1} = \sqrt{\frac{1}{p\%}} \quad (4.4.2)$$

Si prendano come esempio i datasheet forniti dalla EPCOS. Imponendo il grado di induttanza  $p$ , si può ricavare la frequenza di accordo, applicando la (4.4.2). Infatti:

- $p=5,67\%$       $f_r=210$  [Hz]
- $p=7,00\%$       $f_r=189$  [Hz]
- $p=14,00\%$      $f_r=133,63$  [Hz]

Nella maggioranza delle reti, la 5<sup>a</sup> armonica è la frequenza più bassa che presenti un'ampiezza considerevole. Per tali reti è opportuno scegliere una connessione condensatore-reattore con una frequenza di accordo inferiore a  $5 \cdot f_1$ , cioè  $p > 4\%$ .

Se la rete presenta delle forti tensioni di 3<sup>o</sup> armonica tra le fasi, come avviene per esempio con raddrizzatori monofase e con trasformatori saturati, la frequenza di accordo deve essere inferiore a  $3 \cdot f_1$  cioè  $p > 11\%$  [2].



## CAPITOLO 5 – FILTRI

### 5.1. Interazione del filtro con il sistema elettrico [2]

Per una progettazione corretta di un sistema di filtraggio, è necessario analizzare quali possono essere le conseguenze dell'inserimento del filtro nella rete: data la complessità del problema, ciò avviene generalmente tramite una serie di simulazioni al calcolatore utilizzando programmi di load-flow armonico esistenti in commercio. Le simulazioni permettono di stabilire con buona affidabilità la qualità di una soluzione progettuale di filtraggio: solitamente essa viene studiata per i valori nominali di capacità, induttanza e resistenza; poi bisogna verificare la risposta della rete a una o più variazioni delle grandezze caratteristiche del filtro entro le tolleranze prefissate per i singoli elementi. Tipicamente i condensatori possono subire variazioni di capacità del  $\pm 10\%$  e le induttanze del  $\pm 5\%$ , questo fenomeno è dovuto all'invecchiamento e all'usura della componentistica. L'inserzione del filtro nella rete può spesso creare problemi che precedentemente erano trascurabili o inesistenti. La situazione di risonanza parallelo è particolarmente pericolosa, perché si presenta con facilità quando si debba progettare un sistema di filtraggio. Come esempio si supponga che un'utenza industriale abbia un banco di condensatori di rifasamento che crea fenomeni di risonanza alla 7<sup>a</sup> armonica. Il progettista può allora stabilire di convertire il banco di condensatori in un banco di filtri accordati sulla stessa armonica. Questa decisione (Fig.5.1.1) può dar luogo, a causa delle relazioni tra le impedenze dei filtri e della rete, a uno spostamento della frequenza di risonanza parallelo dalla 7<sup>a</sup> alla 5<sup>a</sup> armonica; poiché generalmente correnti di 5<sup>a</sup> armonica sono significativamente presenti nelle reti elettriche (si pensi ai convertitori AC/DC a ponte a sei impulsi), ciò può dar luogo ad una distorsione inaccettabile della tensione proprio a causa della componenti di 5<sup>a</sup> armonica.

La soluzione allora consiste nel prevedere la presenza di un filtro anche per la 5<sup>a</sup> armonica che, oltre a filtrare tale armonica, abbassa ulteriormente la frequenza di risonanza. Le considerazioni svolte indicano anche che, in generale, l'inserzione dei filtri deve avvenire a partire da quelli relativi alle armoniche più basse, per evitare che la frequenza di risonanza parallelo vada a coincidere con una frequenza inferiore in corrispondenza della quale esiste un disturbo in rete. Se viceversa tale disturbo è già stato eliminato la presenza di una risonanza alla corrispondente frequenza non dà problemi. Ovviamente, per gli stessi motivi, al momento della disinserzione dei filtri, si dovrà procedere a partire dai filtri per le armoni-

che più elevate. Capita spesso che la presenza di armoniche in rete sia dovuta a risonanza causate dall'induttanza prevalentemente induttiva della rete con i condensatori di rifasamento. Si può ovviare a questo problema semplicemente ricordando che la taglia o la localizzazione dei condensatori possono essere cambiate, eliminando perciò il problema. In particolare si è osservato che i condensatori utilizzati nei sistemi industriali per migliorare il fattore di potenza causano risonanze sulla 5<sup>a</sup> armonica. Questo avviene quando la potenza di cortocircuito del nodo è circa 23-30 volte più grande della generazione di potenza reattiva richiesta al sistema di rifasamento [2]. Problemi con la 3<sup>a</sup> armonica, invece, si possono avere frequentemente in presenza di grossi carichi monofase (fino al 50% della corrente assorbita da questi carichi può essere di terza armonica), che sono spesso presenti nella distribuzione; la 3<sup>a</sup> armonica, invece, non dà generalmente problemi con i carichi trifase non lineari.

Se non si vuole ricorrere, per esempio per motivi economici, all'impiego di più filtri per evitare l'insorgere delle risonanze, si può semplicemente aggiungere in serie al condensatore di rifasamento una reattanza; questa volta lo scopo non è di creare un filtro accordato, ma di spostare soltanto la frequenza di risonanza e non farla più coincidere con la frequenza armonica di un disturbo presente in rete. Questo non crea particolari difficoltà nel progetto, ma bisogna sempre ricordare che il ramo LC così creato produrrà più potenza reattiva di quanta ne produceva prima il solo condensatore di rifasamento (a causa della diminuita impedenza), la cui tensione risultata incrementata.

Nella figura 5.1.1 viene raffigurato l'andamento dell'impedenza della rete prima e dopo l'inserimento di due filtri accordati a 250 e 350 Hz.

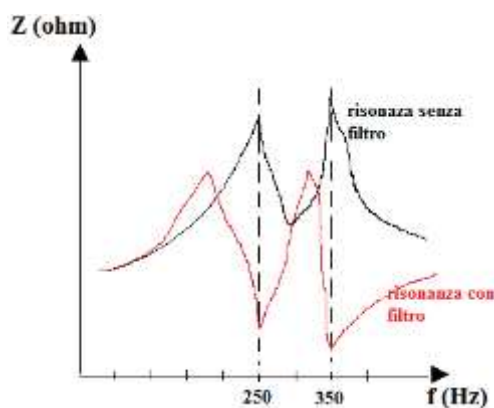


Fig.5.1.1. Esempio di risposte in frequenza per evidenziare l'interazione filtro-sistema elettrico.

## 5.2. Struttura di un filtro passivo

Un impianto di filtraggio è generalmente costituito da:

- Condensatori;
- Induttori;
- Interruttori;
- Sistemi di protezione;

Il dimensionamento di questi componenti è generalmente basato sulle sollecitazioni calcolate nella situazione di esercizio più onerose, prendendo in considerazione le correnti armoniche prodotte dai carichi e tutte le correnti e tensioni armoniche esistenti nella rete.

Si deve controllare che non causino inaccettabili ripercussioni negative sul funzionamento del filtro: le tolleranze di fabbricazione, l'influenza della temperatura e dell'invecchiamento, l'intervento di eventuali fusibili interni oppure esterni, la possibile non linearità dei componenti del filtro così come la variazione della frequenza di rete.

### -Condensatore

Le unità capacitive o le batterie costituiscono una parte fondamentale dell'impianto di filtraggio, pertanto deve esserne compiuto uno studio accurato per ottenere una realizzazione ottimale.

La corrente nel condensatore è costituita da una componente fondamentale e da componenti alle frequenze armoniche. Siccome l'ampiezza delle componenti armoniche può essere elevata, specialmente in un filtro accordato, è necessario tenerne conto quando vengono stabiliti i valori nominali dei condensatori. Naturalmente deve essere anche considerato l'aumento della tensione sul condensatore dovuto al collegamento in serie con il reattore.

### -Induttore

La corrente nel reattore è costituita da una componente fondamentale e dalle sue armoniche. Deve essere progettato per poter sopportare le temperature determinate dai valori massimi di corrente della componente fondamentale e dalle sue armoniche. Nel progetto di un filtro si devono considerare le tolleranze di fabbricazione dell'induttanza del reattore; una tolleranza del 3% è generalmente accettabile per la maggior parte delle applicazioni dei filtri.

Il reattore deve essere in grado di poter sopportare le correnti di cortocircuito che possono verificarsi in caso di guasto e così pure le correnti e le tensioni di manovra. Il valore

dell'induttanza del reattore non deve presentare una variazione superiore al 5% fra il suo valore che alla corrente nominale e quello nelle condizioni di massimo carico determinato dal valore di picco della corrente o della tensione (induzione causata dalla somma aritmetica dei valori massimi delle correnti o delle tensioni fondamentali e armoniche). Quando si utilizzano dei reattori col nucleo in ferro (caso normale di filtri in bassa tensione) si devono adottare misure precauzionali per evitare problemi di saturazione.

#### -Interruttori

La commutazione di questi impianti richiede un apparecchio di manovra con alcune caratteristiche speciali. Devono essere presi in considerazione i seguenti requisiti:

- Il contattore non deve dar luogo al riadescamento dell'arco e devono essere adatti alla manovra dei condensatori;
- La sua tensione nominale deve essere uguale o superiore alla tensione massima della rete con il filtro di servizio;
- Deve essere progettato per il valore efficace (incluso quindi le armoniche) a regime della corrente che può attraversare il filtro alla massima tensione di alimentazione, alla massima frequenza e considerando le tolleranze dei componenti;
- Il potere di interruzione deve essere uguale o superiore alla corrente di cortocircuito che si può verificare nel filtro;

Bisogna inoltre tenere conto della protezione contro i cortocircuiti (fusibili); infatti la tensione nominale della protezione contro i cortocircuiti deve essere uguale o maggiore della massima tensione della rete con l'impianto di rifasamento e/o filtro in servizio. La protezione contro i cortocircuiti deve essere prevista per una corrente permanente (incluse le armoniche) che può attraversare l'impianto di rifasamento e/o il filtro alla massima tensione di alimentazione, alla massima frequenza e ai valori estremi di tolleranza dei componenti, in special modo del condensatore e del reattore. La protezione di cortocircuito deve avere una tenuta di breve durata sufficiente per resistere alle correnti di cortocircuito e alle correnti di inserzione che si possono verificare alla messa in tensione.

### **5.3. Tipologie di filtro passivo**

Come già trattato nel paragrafo precedente, i filtri passivi sono principalmente costituiti da induttori e condensatori opportunamente collegati allo scopo di:

- Creare un'elevata impedenza in serie al carico per fare in modo che le armoniche di corrente siano le più basse possibili. Naturalmente questo tipo di filtro, data la natura del collegamento con il carico deve essere dimensionato per sopportare la massima tensione di linea e per la massima corrente di carico. Non è adatto nel caso si abbiano molti carichi distorcenti in quanto di fatto impedirebbe alle correnti armoniche di fluire in vie a bassa impedenza verso la rete, e provoca quindi una distorsione della tensione;
- Creare una via a bassa impedenza che cortocircuiti a terra le componenti armoniche indesiderate. Tali filtri vengono posti in parallelo al carico e devono essere dimensionati per le correnti armoniche che deriveranno. Per questo motivo generalmente i filtri parallelo sono meno costosi di quelli serie, ed inoltre tali filtri permettono di fornire potenza reattiva alla frequenza fondamentale utile al rifasamento (mentre i filtri serie assorbono potenza reattiva alla frequenza fondamentale).

Sono classificati in base alla loro banda passante, perciò si può avere:

- Filtri accordati (tuned);
- Filtri non accordati;
- Filtri passa-alto (damped o high-pass).

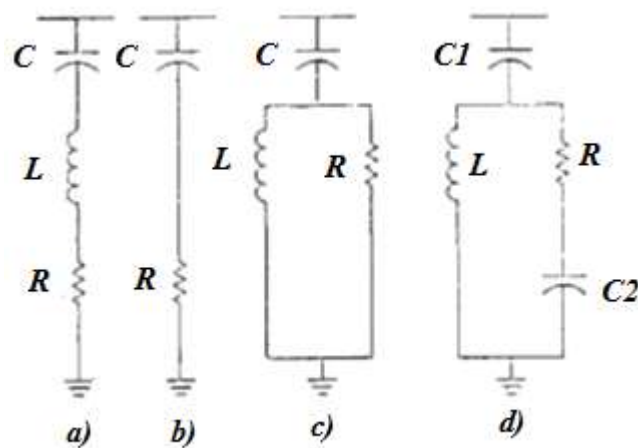


Fig.5.3. a) filtro accordato; b),c),d) tre tipologie di filtri passa-alto.

### 5.3.1. Filtro accordato

Questi tipi di filtro generalmente sono costituiti dalla serie di una capacità, un'induttanza e la resistenza interna dei due componenti (Fig.5.3.1.1) la cui frequenza di risonanza è:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.3.1.1)$$

Alla frequenza di accordo  $f_r$  il filtro presenta una impedenza minima in quanto la reattanza induttiva e quella capacitiva si equivalgono, perciò l'impedenza complessiva sarà data dalla sola componente resistiva. In questo modo quindi assorbe buona parte della corrente iniettata alla frequenza  $f_r$  riuscendo quindi a limitare le armoniche di tensione (essendo queste proporzionali al prodotto tra la corrente e la resistenza in cui fluisce).

Normalmente questo tipo di filtro è efficace solamente nell'intorno della frequenza  $f_r$ , perciò nel caso si debba eliminare più armoniche bisogna prevedere un sistema di filtri in cui ciascuno di essi sia accordato per una frequenza specifica.

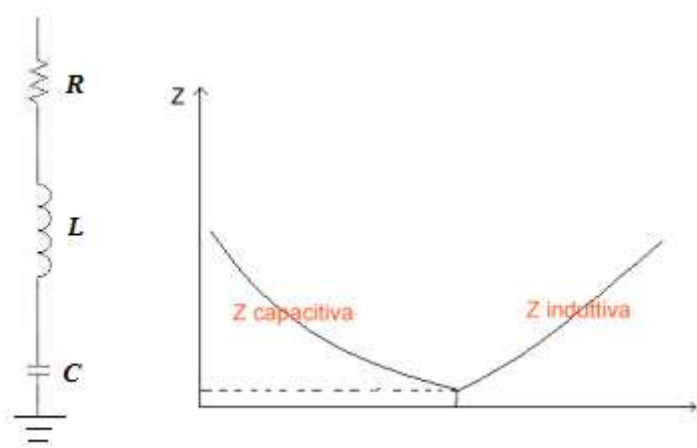


Fig.5.3.1.1 Filtro accordato a una determinata armonica e modulo impedenza in funzione della frequenza

Per questi tipi di filtro si definisce il fattore di qualità  $Q$  dato dalla (4.2.2.5). Tale fattore di merito o di qualità definisce la selettività del filtro perciò si possono avere filtri a basso  $Q$  (20÷40), oppure ad alto  $Q$  (fino a 100) [2]. Altro parametro fondamentale è la banda passante (PB) ed è definita come il campo di frequenza che a come limiti i valori di frequenza per cui la reattanza del filtro è uguale alla sola resistenza  $R$  (cioè quelle due frequenze per cui l'impedenza ha un angolo caratteristico di  $\pi/4$  e modulo uguale a  $\sqrt{2}R$ ) come mostrato in Fig.5.3.1.2.



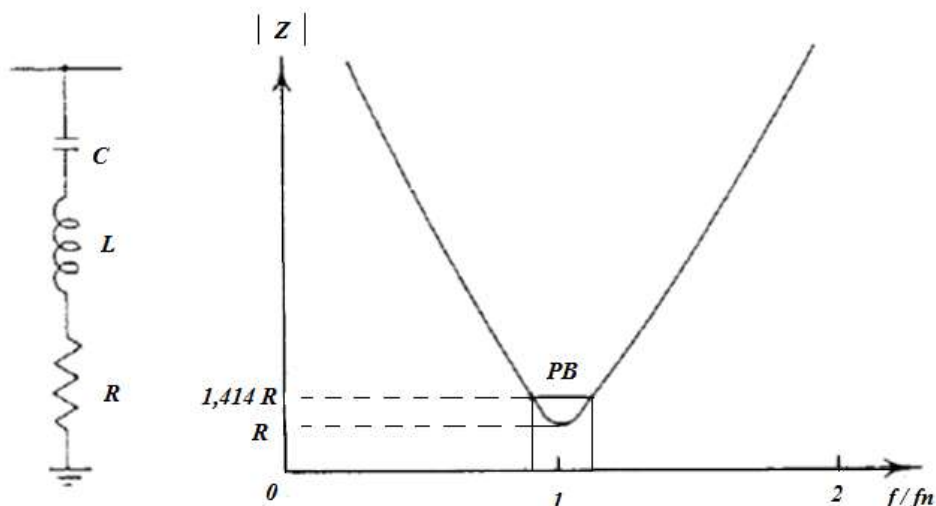


Fig.5.3.1.2. Valori di frequenza per i quali viene definita la Banda Passante

Il fattore di qualità e la banda passante, PB, sono legate dall'espressione:

$$Q = \frac{\omega_r}{PB} \quad (5.3.1.2)$$

dove  $\omega_r = 2\pi f_r$ .

Si può notare che all'aumentare di  $Q$ , diminuisce la PB, cioè più diventa stretta la banda di frequenze nell'intorno di  $f_r$  per cui l'impedenza del filtro rimane limitata alla sola componente resistiva e più il filtro diventa selettivo.

Si può definire lo spostamento dalla frequenza di accordo (de-tuning) rappresentato da:

$$\delta = \frac{f - f_a}{f_a} \quad (5.3.1.3)$$

dove  $f$  è la frequenza del disturbo ed  $f_a$  è l'effettiva frequenza di accordo del filtro.

Questo scostamento può verificarsi principalmente per tre motivi:

- Variazione della frequenza fondamentale del sistema di alimentazione che dà luogo ad una variazione della frequenza del disturbo  $f$  rispetto a  $f_r$ ;

- Variazione del valore della capacità e dell'induttanza a causa della temperature o per invecchiamento;
- Tolleranze nella costruzione dell'induttore e della capacità (2÷3% del valore nominale);

Perciò l'espressione del de-tuning può essere più specificamente definita come:

$$\delta = \frac{\Delta f}{f_r} + 0,5 \cdot \left( \frac{\Delta L}{L_n} + \frac{\Delta C}{C_n} \right) \quad (5.3.1.4)$$

dove  $L_n$  e  $C_n$  sono rispettivamente l'induttanza e la capacità che danno luogo alla frequenza di accordo  $f_r$ , mentre  $\Delta L$  e  $\Delta C$  sono le loro variazioni.

Il fenomeno del de-tuning è particolarmente critico per filtri molto selettivi che presentando un valore di impedenza molto più alto, a seguito dello scostamento  $\delta$ , vedrebbero ridotta la loro capacità di assorbire i disturbi e darebbero luogo invece a distorsioni della tensione.

I filtri accordati su una sola frequenza, hanno il vantaggio che le perdite non sono eccessivamente elevate (se non sono state intenzionalmente aggiunte resistenze per allargare la banda passante) ed i filtri sono molto efficaci. Il maggiore problema di questi dispositivi consiste nel fatto che essi sono molto sensibili alle variazioni dei parametri se la loro banda passante è stretta. Questo problema può essere risolto aumentando la taglia del condensatore oppure aumentando la resistenza.

Quando ci sono due frequenze di disturbo particolarmente distorcenti è anche possibile utilizzare filtri accordati su due frequenze come mostrato in Fig.5.3.1.3. Questi filtri hanno il vantaggio, rispetto alla soluzione di due filtri in parallelo, che le perdite alla frequenza fondamentale sono più basse e che il dimensionamento degli induttori è meno oneroso.

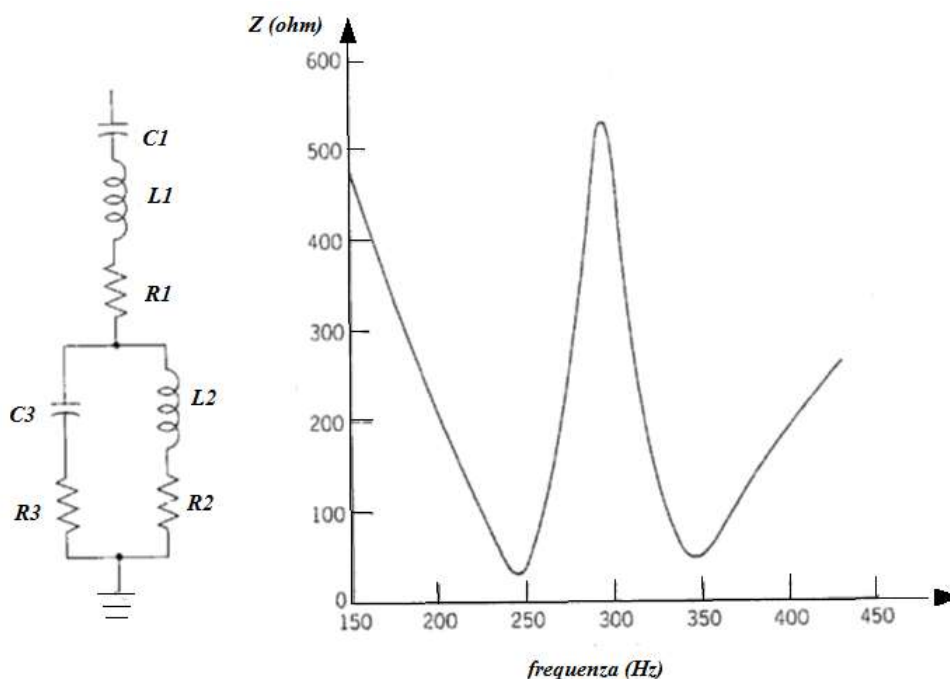


Fig.5.3.1.3. Filtro accordato su due frequenze con relativa risposta in frequenza

### 5.3.2. Filtro passa-alto

I filtri passa-alto possono essere del primo, del secondo o del terzo ordine, secondo il numero degli elementi conservativi presenti; i più frequentemente utilizzati sono quelli del secondo e del terzo ordine, perché quelli del primo ordine hanno perdite elevate alla frequenza fondamentale.

In particolare il filtro del terzo ordine presenta un condensatore in serie con il resistore per diminuire le perdite alla frequenza fondamentale (Fig.5.3 d). La scelta del fattore di qualità, per un filtro passa-alto, è meno problematica rispetto ai filtri accordati; essa infatti avviene in modo da avere la migliore caratteristica sulla banda di frequenze per cui non è previsto alcun filtro accordato, cioè la banda di utilizzazione del filtro passa alto.

La Fig.5.3.2.1 mostra lo schema circuitale di uno di questi tipi di filtri e inoltre riporta la corrispondente variazione del modulo dell'impedenza complessiva in funzione della frequenza. Come si può notare il comportamento del filtro alle frequenze più elevate dipende sostanzialmente solo dalla resistenza  $R$ , mentre alle frequenze inferiori a quella di accordo essa agisce solo come un'impedenza ohmico-capacitiva.

Per i filtri passa-alto il fattore di qualità è espresso come:

$$Q = \frac{R}{X^*} \quad (5.3.2.1)$$

dove  $X^*$  è la reattanza equivalente dell'induttore o del condensatore valutata alla frequenza al di sopra della quale si ha che il modulo dell'impedenza tende al valore della sola componente  $R$ .

Valori di  $Q$  per applicazioni pratiche di questi filtri sono compresi tra 0.5 e 2 [2]. Quando  $Q$  assume valori più elevati, la caratteristica si avvicina a quella dei filtri accordati.

In situazioni di generazioni significative di correnti armoniche, come per esempio quando ci siano raddrizzatori a sei impulsi, è pratica comune progettare filtri accordati per la quinta e la settima armonica ed un filtro passa alto per l'undicesima e per le armoniche superiori. In generale non è economicamente conveniente utilizzare filtri passa-alto per le armoniche di ordine inferiore a causa della diminuzione di rendimento del filtro in queste condizioni. Infatti alle basse frequenze le correnti hanno un'intensità maggiore e perciò richiedono filtri con impedenze basse per limitare le perdite.

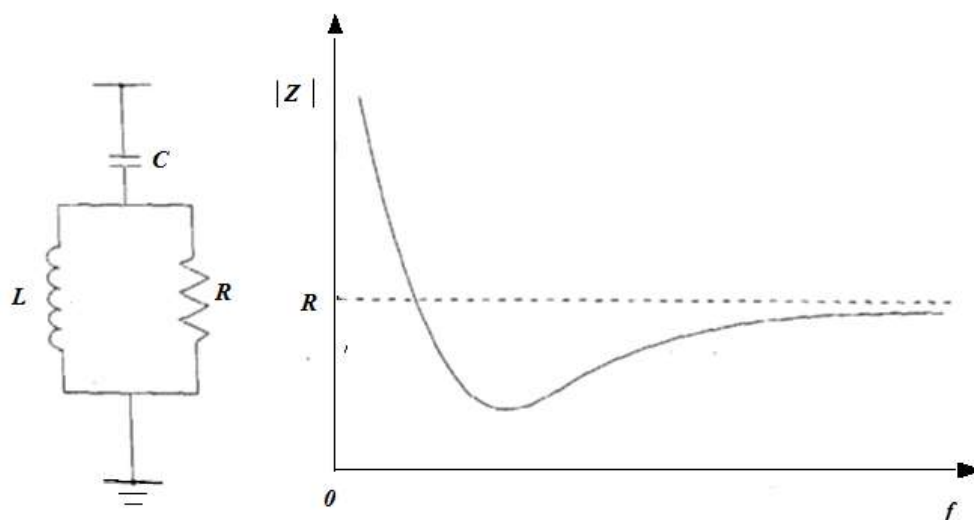


Fig.5.3.2.1. Schema circuitale di un filtro passa-alto e relativo modulo dell'impedenza di filtro in funzione della frequenza.

È da evidenziare che non è possibile mettere un semplice filtro passa alto con una frequenza di taglio bassa in modo da filtrare anche le armoniche più pericolose come la 5<sup>a</sup> e la 7<sup>a</sup>, perché queste hanno valori efficaci troppo elevati e produrrebbero perdite inaccettabili sull'impedenza del filtro; bisognerebbe riuscire a fare delle impedenze di valore piccolis-

simo ma questo renderebbe il filtro troppo costoso. La soluzione pertanto è quella di utilizzare filtri accordati ed filtri passa alto in maniera congiunta in prossimità di una sorgente di armoniche: i primi elimineranno le armoniche più cospicue in modo dedicato, i secondi filtreranno tutte le correnti armoniche al di sopra di un certo ordine.

In figura 5.3.2.2 è rappresentato una classica combinazione di filtro passa-alto con filtri accordati sulla 11° e 13° armonica. La potenza reattiva fornita dai filtri sarà data da:

$$Q_f = \omega \cdot C_f \cdot V_{LL}^2 \quad (5.3.2.2)$$

dove  $V_{LL}$  è la tensione concatenata e  $C_f = C_{pa} + C_{11} + C_{13}$ .

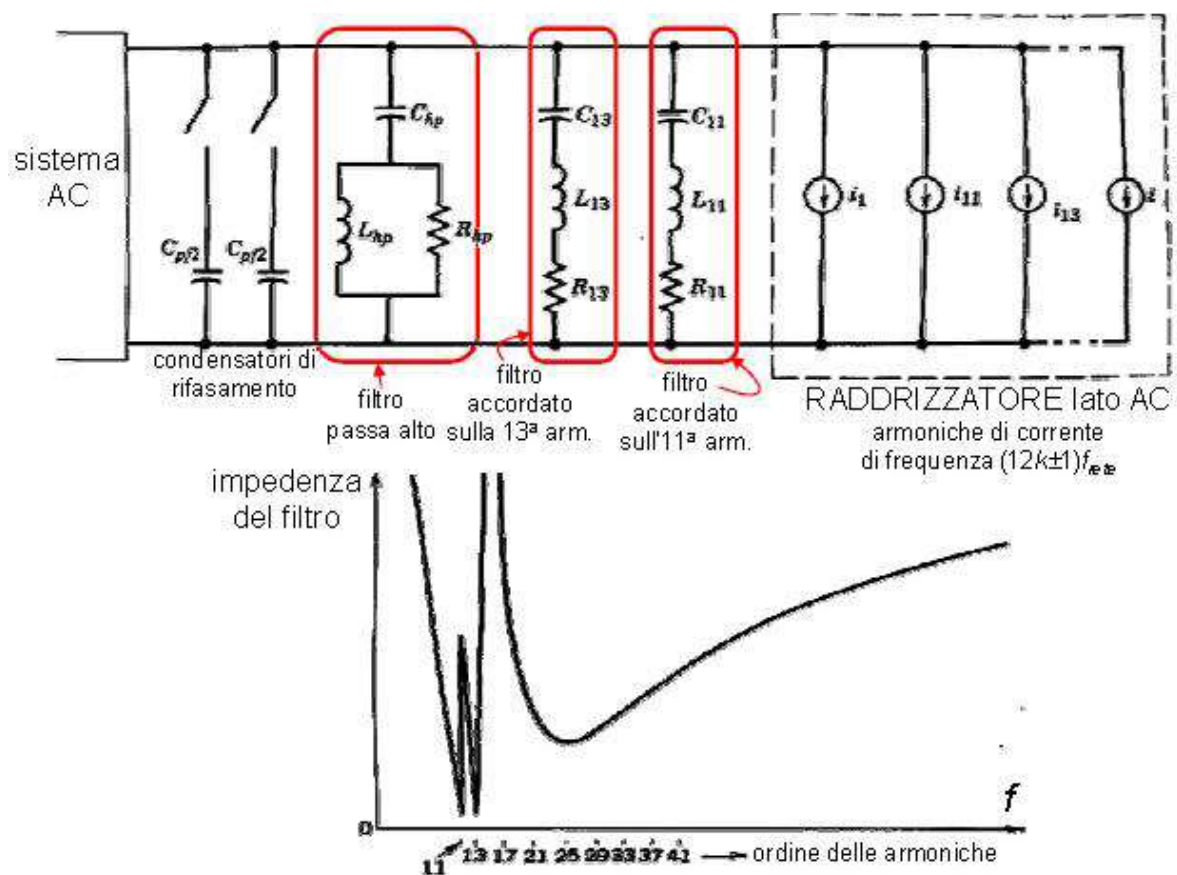


Fig.5.3.2.2. Circuito equivalente di un sistema di filtraggio posto sul lato AC e condensatori di rifasamento (figura sopra) e relativo andamento dell'impedenza di una singola fase in funzione della frequenza (figura sotto).

### **5.3.3. Filtro non accordato**

Questo tipo di filtro prevede l'installazione di capacità di rifasamento per la correzione del fattore di potenza, esso può essere utilizzato quando non è necessario ricorrere a particolari provvedimenti per evitare i problemi dovuti alla risonanza o per ridurre le armoniche. Questo avviene generalmente quando la frequenza di risonanza determinata dall'induttanza della rete e dalla capacità dell'impianto di rifasamento è relativamente alta e il contenuto armonico della rete è basso (cioè tensioni e correnti armoniche nella rete generate dal carico). Si deve tuttavia tenere presente che la capacità totale risultante di tutti gli impianti di rifasamento collegati al lato bassa tensione di un trasformatore di distribuzione determina la possibilità di avere problemi di risonanza armonica. Risolvere tali problemi, quando l'impianto di rifasamento è già in servizio, può risultare assai più difficoltoso che non provvedere al momento dell'installazione iniziale, infatti spesso non è possibile riutilizzare i condensatori, i telai di sostegno ecc., già esistenti. E quindi un sistema efficace dal punto di vista tecnico ed economico per prevenire i problemi di risonanza armonica è quello di collegare un reattore in serie con ciascuna fase di ciascun gradino dell'impianto di rifasamento. Questo tipo di impianto di rifasamento fornisce anche il vantaggio di ridurre le tensioni armoniche nella rete assorbendo parte delle correnti armoniche con un ordine più elevato di quello della frequenza di accordo del complesso reattore – condensatore.

La scelta della frequenza di accordo dipende dalle ampiezze e dalle frequenze delle correnti armoniche che circolano nella rete. In genere i reattori non possono essere aggiunti ai condensatori esistenti per formare un filtro non accordato, in quanto non possono risultare già dimensionati per le sollecitazioni addizionali dovute alle tensioni e alle correnti risultanti dall'aggiunta dei reattori in serie.

Normalmente, un impianto di rifasamento con in serie dei reattori non può essere associato ad un impianto senza reattori in serie. Si deve anche fare attenzione quando un filtro non accordato viene aggiunto ad un impianto avente una diversa frequenza di accordata. In entrambi i casi possono sorgere problemi a causa della diseguale ripartizione del carico armonico e del possibile sovraccarico del filtro o di una parte di esso.

### **5.4. Dimensionamento del filtro passivo**

Vengono ora descritti i passaggi matematici per poter dimensionare i filtri sopra citati.

#### 5.4.1. Filtri passivi accordati

Per la progettazione, al fine di eliminare le armoniche, in un filtro è necessario determinare solamente due parametri: la resistenza R e la capacità C o l'induttanza L. Infatti la C e la L sono legate dalla relazione:

$$f_n = \frac{1}{[2\pi\sqrt{L_n \cdot C_n}]} \quad (5.4.1.1)$$

L'inserimento di un filtro comporta una modifica della risposta in frequenza della rete, per cui potrebbero essere amplificate armoniche vicine a quella che si vuole eliminare. Questo fenomeno è strettamente legato al fattore di qualità Q. Infatti al variare di Q cambia il comportamento dell'impedenza equivalente del filtro. Per far questo è necessario conoscere l'argomento massimo ( $\varphi_m$ ) dell'impedenza di corto circuito nel nodo della rete dove si vuole inserire il filtro e il de-tuning massimo,  $\delta_m$ , che dipende sia dalle variazioni di frequenza nel nodo considerato, sia dalle caratteristiche dei componenti che si utilizzeranno per il filtro ( $\delta_m = 5 \div 10\%$ ) [2].

Il fattore di qualità ottimo si ottiene applicando la seguente formula empirica.

$$Q_0 = \frac{[\cot g(\frac{\varphi_m}{2})]}{2 \cdot \delta_m} \quad (5.4.1.2)$$

In seguito bisogna calcolare la capacità del filtro C. Per far questo è utile introdurre delle definizioni:

$P_{RC} = P_{RC,1} + P_{RC,hr}$  Potenza convenzionale di dimensionamento della capacità del filtro,

$P_{RL} = P_{RL,1} + P_{RL,hr}$  Potenza convenzionale di dimensionamento dell'induttanza del filtro;

sono delle potenze reattive somma di due termini, uno legato alla frequenza fondamentale e l'altro all'armonica  $h_r$  a cui si vuole accordare il filtro;

$Q_{C,1} = V_n^2 / X_{\text{filtro}} \cong S_T$ , che viene definita taglia del filtro, è la potenza reattiva che il filtro fornisce alla frequenza fondamentale.

Esistono 3 criteri di dimensionamento per un filtro che vengono elencati qui di seguito.

### 1) Criterio dell'ottimo tecnico

Questo criterio di dimensionamento dei condensatori del filtro consiste nel minimizzare le armoniche di tensione, indipendentemente dal costo del filtro. E' necessario fissare i valori massimi di tensione armonica tollerabili e in base a quelli si potrà stabilire il dimensionamento del filtro.

Si supponga che la rete abbia l'argomento dell'impedenza di valore limitato tra  $\pm\varphi_m$ , ponendosi nelle condizioni più gravose per quanto riguarda suddetto argomento e  $\delta_m$  che sono stati testè definiti. Se si conosce  $Q_0$ , che minimizza la tensione armonica di ordine  $h$ , quest'ultima è di conseguenza uguale a:

$$V_h = \frac{4 \cdot \delta_m \cdot X_0}{1 + \cos \varphi_m} \cdot I_{hC} \quad (5.4.1.3)$$

dove  $I_{hC}$  è la corrente iniettata dal convertitore.

Se si impone il valore di  $V_h$ , è possibile ricavare  $X_0$  e di conseguenza tutti gli altri parametri che compongono il filtro.

### 2) Criterio del minimo costo

Consiste nel trovare la soluzione più economica; si parte definendo  $P_{RC}$ :

$$P_{RC} = \frac{Vn^2}{X_C} + \frac{Vn^2 \cdot h}{X_C} \quad (5.4.1.4)$$

$$= \frac{Vn^2}{X_C} + \frac{I_h^2 \cdot X_C}{h} \quad (5.4.1.5)$$

dove:

$X_C$  reattanza della capacità alla frequenza fondamentale;

$V_n$  tensione di alimentazione;

$I_h$  valore efficace corrente armonica di ordine  $h$ .

Per quanto riguarda l'induttore la sua reattanza è uguale a quella del condensatore, quindi:



$$X_0 = X_L \cdot h = \frac{X_C}{h} \quad (5.4.1.6)$$

Il dimensionamento della potenza convenzionale dell'induttore risulta:

$$P_{RL} = I_h^2 \cdot X_L + I_h^2 \cdot X_L \cdot h = \quad (5.4.1.7)$$

$$\frac{V_n^2 \cdot X_C}{h^2 \cdot X_C^2} + \frac{I_h^2 \cdot X_C}{h} = \quad (5.4.1.8)$$

$$\frac{V_n^2}{h^2 \cdot X_C} + \frac{I_h^2 \cdot X_C}{h} \quad (5.4.1.9)$$

Ora possiamo calcolare il costo totale del filtro come:

$$C_{tot} = C_c \cdot P_{RC} + C_L \cdot P_{RL} = \quad (5.4.1.10)$$

$$C_c \cdot \left[ \frac{V_n^2}{X_C} + \frac{I_h^2 \cdot X_C}{h} \right] + C_L \cdot \left[ \frac{V_n^2}{h^2 \cdot X_C} + \frac{I_h^2 \cdot X_C}{h} \right] = \quad (5.4.1.11)$$

$$\frac{V_n^2}{X_C} \cdot \left( C_c + \frac{C_L}{h^2} \right) + I_h^2 \cdot X_C \cdot \frac{C_c + C_L}{h} = \quad (5.4.1.12)$$

$$S_T \cdot \left( C_c + \frac{C_L}{h^2} \right) + I_h^2 \cdot V_n^2 \cdot \frac{C_c + C_L}{h \cdot S_T} = \quad (5.4.1.13)$$

$$F_1 \cdot S_T + \frac{F_2}{S_T} \quad (5.4.1.14)$$

Adesso è necessario trovare il valore di  $S_T$  che minimizza il costo totale del filtro, perciò si calcola la derivata della funzione  $C_{tot}$ , svolta in funzione di  $S_T$ , e la si pone uguale a 0, cioè:

$$\frac{\partial C_{tot}}{\partial S_T} = 0 \quad (5.4.1.15)$$

$$F_1 - \frac{F_2}{S_T^2} = 0 \quad (5.4.1.16)$$

$$S_T^2 = \frac{F_2}{F_1} \quad \text{quindi} \quad S_{Tmin} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \quad (5.4.1.17)$$

Raggiunto lo scopo si può ricavare  $X_C$ , sapendo che  $X_C = V_n^2 / S_{T,min}$ , e perciò ottenere i valori di  $C_n$  e  $L_n$ . Per trovare la resistenza del filtro, basta applicare la formula  $R = X_C / (h \cdot Q)$ . Si ricorda che la capacità incide sul costo totale per un 60%, l'induttanza per un 30% e la resistenza per un 10%.

### 3) Criterio del rifasamento

Consiste nello sfruttare la capacità disponibile di eventuali condensatori di rifasamento già presenti sull'impianto per il filtraggio. E' una soluzione molto utilizzata perché permette di risparmiare i costi dovuti alla capacità del filtro. Spesso il rifasamento viene fatto con banchi di condensatori modulari, in modo da permettere un adeguato rifasamento in più condizioni di carico: in questo caso è possibile accordare ciascun modulo con un ordine specifico di armonica da filtrare, ricordando però che una volta disinserito il modulo viene meno anche il relativo filtraggio.

Il condensatore adoperato per il sistema di filtraggio deve rispettare certi vincoli in corrente, tensione e potenza reattiva per un adeguato funzionamento durante l'azione di filtraggio delle armoniche. Tali restrizioni sono riportate qui di seguito:

$$\begin{aligned} I_{rms} &\leq 1,35 \cdot I_n, \\ V_{rms} &\leq 1,10 \cdot V_n, \\ V_{pk} &\leq 1,2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_n, \\ Q_C &\leq 1,35 \cdot Q_{C1}. \end{aligned}$$

dove  $I_n$  è il valore efficace della fondamentale di corrente,  $V_n$  è il valore efficace della fondamentale di tensione e  $Q_{C1}$  è la potenza reattiva capacitiva riferita alla fondamentale [2].

N.B. Inoltre è bene ricordarsi di installare condensatori con tensione nominale superiore a quella del sistema al fine di garantirne il funzionamento anche a seguito di sovratensioni, in genere si considera un margine di sicurezza di +10%  $V_n$ . Anche per la corrente del filtro serve un margine di sicurezza rispetto alla corrente che fluisce sul carico ( $K=1,15 \div 1,2$ ) in quanto alcune correnti armoniche alla frequenza di accordo del filtro presenti in rete potrebbero essere richiamate dalla bassa impedenza del filtro e cortocircuitate a terra tramite esso.

#### 5.4.2. Filtri passa-alto

Il procedimento per determinare i parametri del filtro passa alto di minimo costo non differisce concettualmente da quanto visto per i filtri accordati: si ricava l'espressione del costo complessivo dei filtri ( $C_{tot}$ ) in funzione della taglia  $S_T$ :

$$C_{tot} = F_1 \cdot S_T + \frac{F_2}{S_T} \quad (5.4.2.1)$$

$$S_{Tmin} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \quad (5.4.2.2)$$

Questa conclusione è valida per filtri del secondo ordine e per filtri del terzo ordine in cui le due capacità sono uguali, altrimenti l'espressione di  $C_{tot}$  e quindi di  $S_{T,min}$  è più complicata. Una volta ricavato  $S_{T,min}$ , è nota la capacità del filtro e l'induttanza viene calcolata a partire dalla conoscenza della frequenza di accordo. Il fattore di qualità, a partire dal quale si può calcolare la resistenza  $R$ , assume tipicamente valori compresi tra 0.7 e 1.4.

#### 5.4.3. Filtri non accordati

Nei filtri non accordati il valore della capacità viene imposto dalla potenza reattiva richiesta dal carico in parallelo al filtro, mentre l'induttanza, tenendo conto dell'accordo a 189 Hz con la capacità, va dimensionata nel seguente modo. Partendo dal circuito monofase equivalente di figura 5.4.3.1, si ottiene che:

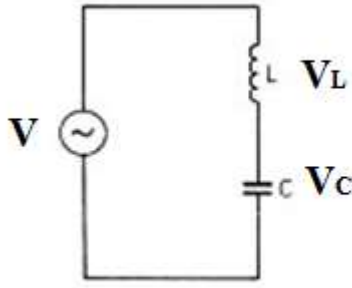


Fig.5.4.3.1. Circuito LC monofase

$$\bar{V} = \bar{V}_L + \bar{V}_C = jX_L \cdot \bar{I} - jX_C \cdot \bar{I} \quad (5.4.3.1)$$

dove  $\bar{V}$  è la tensione di rete,  $\bar{V}_L$  è la tensione sull'induttanza e  $\bar{V}_C$  è la tensione sul condensatore. Ma sapendo che alla frequenza di risonanza  $f_r$  si ha:

$$X_{Lf_r} = X_{Cf_r} \quad (5.4.3.2)$$

e definendo  $X_L$  e  $X_C$  come le reattanze a 50 Hz, si può scrivere:

$$\frac{X_{Lf_r}}{X_L} = \sqrt{\frac{1}{p}} \quad \text{e} \quad \frac{X_{Cf_r}}{X_C} = \sqrt{p} \quad (5.4.3.3)$$

perciò

$$\sqrt{\frac{1}{p}} \cdot X_L = X_C \cdot \sqrt{p} \quad (5.4.3.4)$$

Da cui, riscrivendo  $X_L$  in funzione di  $X_C$ , si giunge a:

$$X_L = p \cdot X_C \quad (5.4.3.5)$$

Inserendo il precedente valore nell'equazione 5.4.3.1, si giunge a:

$$\bar{V} = j(p \cdot X_C) \cdot \bar{I} - jX_C \cdot \bar{I} = j(p - 1) \cdot X_C \cdot \bar{I} \quad (5.4.3.6)$$

cioè,

$$\bar{V}_C = -jX_C \cdot \bar{I} = -\frac{\bar{V}}{(p-1)} \quad (5.4.3.7)$$

$$\bar{V}_L = j \cdot p \cdot X_C \cdot \bar{I} = -p \cdot \bar{V}_C = p \cdot \frac{\bar{V}}{(p-1)} \quad (5.4.3.8)$$

Il valore della reattanza capacitiva deve essere un 7% di quella capacitiva per far sì che la frequenza di accordo del filtro sia impostata a 189 Hz.

Un'apparecchiatura, che richiede la presenza di induttanze per spostare la frequenza di accordo a 189 Hz, può arrivare a costare quasi il doppio di una composta da soli banchi di condensatori; in questo caso il banco sarà sovradimensionato in termini di capacità per potere sopportare delle correnti più elevate nel caso vi fosse risonanza con la rete, evitando così di fornire un'apparecchiatura di costo elevato non garantendo però un'ottima protezione del condensatore [5].

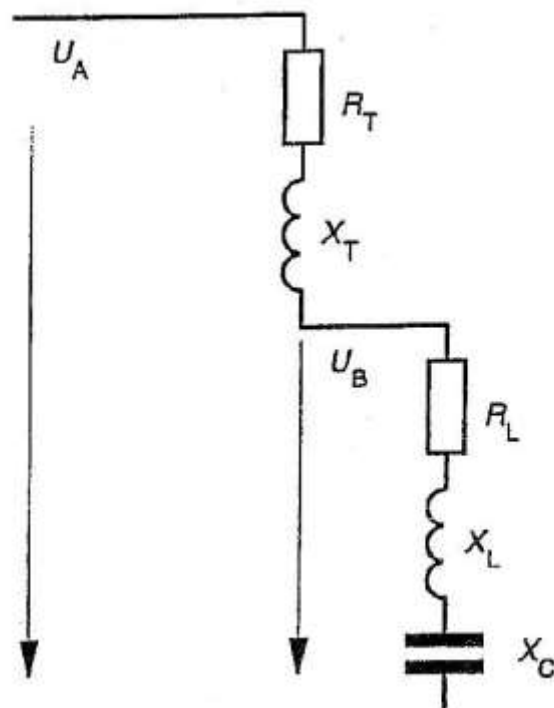
## 5.5. Esempi di risonanze con filtri passivi

### -Esempio di risonanza serie con filtro accordato

Si suppone di porsi in una condizione reale di funzionamento della rete e se ne definiscono i parametri fondamentali al variare dell'ordine armonico. I dati ricavati sono ottenuti imponendo dei valori ai componenti del circuito rappresentato qui sotto; tali valori sono espressi subito di seguito. La figura rappresenta un filtro accordato in serie all'impedenza del trasformatore.

$U_N$	tensione di riferimento (nell'esempio 400 V trifase)
$h$	ordine dell'armonica
$X_T = X_{T1} \cdot h$	reattanza di cortocircuito di un trasformatore da 1000 kVA avente una tensione di cortocircuito 6%
$X_C = X_{C1} / h$	reattanza di un condensatore da 160 kvar

$X_L - X_C$	reattanza di un condensatore con un grado di induttanza $p = 7\%$ per una potenza di compensazione di 160 kvar
$Z$	impedenza equivalente dell'impedenza di filtro e quella del trasformatore
$U_A$	tensione alle sbarre di alimentazione. I valori sono stati ricavati da un rapporto CIGRE riguardante le armoniche e maggiorati del 60%
$U_A(\%)$	$(U_A / U_N) * 100$
$I_C$	corrente nel condensatore
$I_{CN}$	corrente nominale del condensatore
$U_B$	tensione risultante sulle sbarre di carico
$U_B(\%)$	$(U_B / U_N) * 100$



(a)

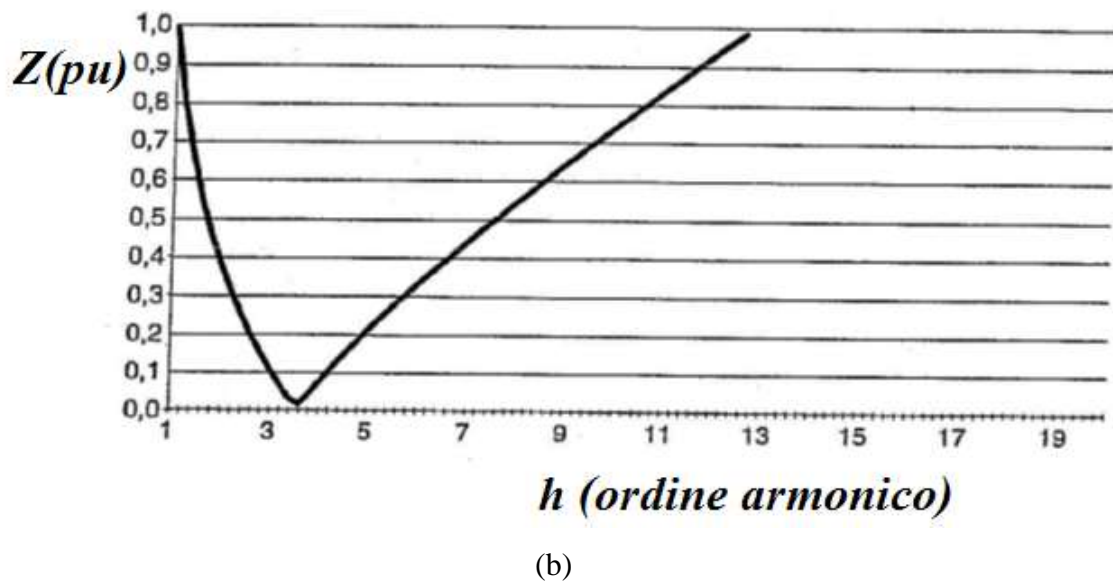


Fig.4.2.1.3. Risonanza serie tra condensatore e reattanza

(a) Schema unifilare di un circuito risonante serie con una connessione condensatore-re-reattanza.

(b) Impedenza espressa in p.u. del circuito sopra rappresentato in funzione dell'ordine di armonica.

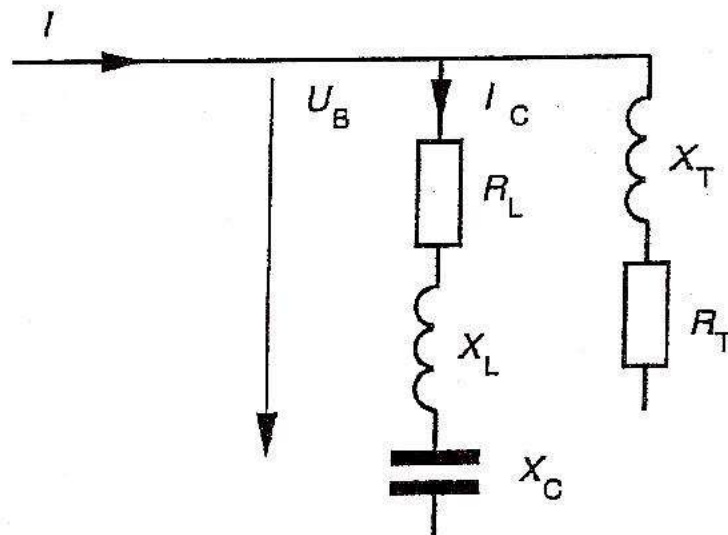
Qui di seguito viene trascritta una tabella che fornisce i parametri relativi al circuito di figura 4.2.1.3. (a). Sono dati riferiti a una situazione reale di risonanza serie. In questo modo è possibile avere un'idea di come varino tali parametri al cambiare dell'ordine armonico.

$h$	$X_T$ (ohm)	$X_L - X_C$ (ohm)	$Z$ (ohm)	$U_A$ (V)	$U_A$ (%)	$I_C$ (A)	$U_B$ (V)	$U_B$ (%)
1	0.010	-1	0.990	400	100	233	408	101.0
5	0.048	0.161	0.212	12	3.0	33	9	2.3
7	0.067	0.373	0.443	9.6	2.4	13	8	2
11	0.106	0.730	0.840	6.0	1.5	4	5	1.3
13	0.125	0.896	1.026	4.8	1.2	3	4	1.0
17	0.163	1.126	1.386	2.4	0.6	1	2	0.5
19	0.182	1.374	1.563	1.9	0.5	1	2	0.4

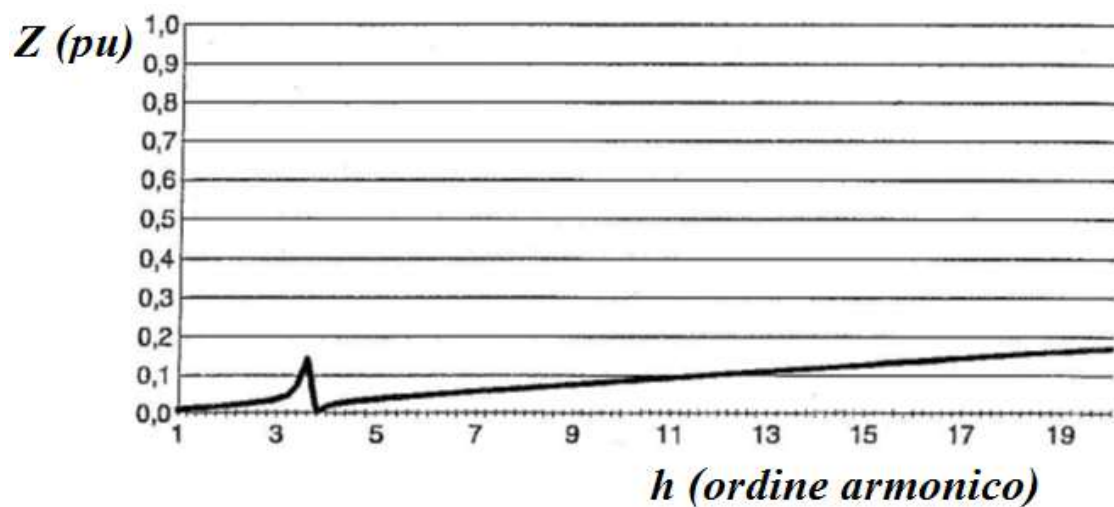
Tab.4.2.1.1. Valori finali delle componenti dello schema precedente in presenza di frequenze armoniche

-Esempio di risonanza parallelo con filtro accordato

Anche in questo caso viene riportato un esempio di un filtro risonante RLC, però in risonanza parallelo con l'impedenza del trasformatore. Viene seguita la stessa procedura espressa precedentemente.



(a)



(b)

Fig.4.2.2.4 (a) Schema unifilare di un circuito risonante parallelo con una connessione condensatore-reattanza trasformatore e (b) Impedenza espressa in p.u. del circuito sopra rappresentato in funzione dell'ordine di armonica.



I valori da inserire per il calcolo della tabella sono quelli precedenti, con l'aggiunta del termine  $I$  che si riferisce alle correnti sulle sbarre di carico. I valori sono i valori teorici di un variatore di 300 kVA.

$h$	$X_T$ (ohm)	$X_C+X_L$ (ohm)	$Z$ (ohm)	$I$ (A)	$I$ (%)	$I_C$ (A)	$U_B$ (V)	$U_B$ (%)
1	0.010	-1	0.01	433	100	231	0	-
5	0.048	0.161	0.037	87	20	20	6	1.4
7	0.067	0.373	0.057	62	14.3	10	6	1.5
11	0.106	0.730	0.093	39	9.1	5	6	1.6
13	0.125	0.896	0.110	33	7.7	4	6	1.6
17	0.163	1.126	0.145	25	5.9	3	6	1.6
19	0.182	1.374	0.162	23	5.3	3	6	1.6

Tab.4.2.2.1. Valori finali delle componenti dello schema precedente in presenza di frequenze armoniche

Le conclusioni che si possono trarre sono:

(a) Con l'utilizzazione di una connessione condensatore-reattore si evitano i problemi di risonanza con la conseguente amplificazione delle tensioni e delle correnti.

(b) Si riscontra un miglioramento del  $THD_V$  sulla sbarra di carico rispetto al caso in cui non si abbia una risonanza sia di tipo serie che di tipo parallelo, cioè aumenta la qualità della tensione in rete.



## CAPITOLO 6 – CENNI DI FISICA SUI MATERIALI MAGNETICI

### 6.1. Il magnetismo nei materiali solidi

I materiali vengono classificati sulla base della loro risposta ad un campo magnetico applicato  $B_{app}$ . Nei materiali paramagnetici (alluminio, tungsteno, ossigeno ...) i dipoli magnetici a livello atomico si allineano con il campo applicato, incrementandolo.

Tuttavia, l'agitazione termica rende casuali le loro direzioni, rendendo poco evidente l'effetto globale:

$$B_{ind} = B_{ext} \times 10^{-5}$$

Diversamente avviene nei materiali diamagnetici (oro, rame, acqua...) il campo applicato  $B_{app}$  induce un campo in opposizione, generalmente debole:

$$B_{ind} = -B_{ext} \times 10^{-5}$$

Nei materiali ferromagnetici (ferro, cobalto, nickel...), similmente ai paramagnetici, i dipoli si allineano con il campo applicato e, grazie alle forti interazioni tra dipoli adiacenti, mantengono un'unica orientazione. Questo determina un notevole rinforzo del campo applicato:

$$B_{ind} = B_{ext} \times 10^5$$

Per un materiale magnetico si definisce quindi:  $B = \mu \cdot H$  con  $\mu = \mu_r \mu_0$ , dove:

$\mu$  = permeabilità del mezzo

$\mu_r$  = permeabilità relativa nell'intervallo  $[0,1]$

$\mu_0$  = permeabilità del vuoto pari a  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$

Dall'analisi del grafico B-H si mette in evidenza il comportamento dei vari materiali confrontati con il caso del vuoto.

Il materiali diamagnetici presentano una permeabilità magnetica inferiore a quella del vuoto, mentre i materiali paramagnetici presentano una permeabilità superiore a quella del vuoto, se consideriamo i materiali ferromagnetici si nota immediatamente l'elevato valore di  $\mu$  rispetto agli'altri casi esaminati.

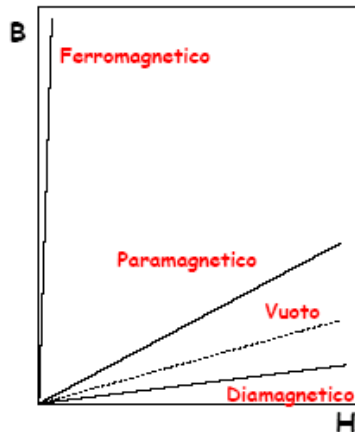


Fig.6.1.1. Comportamento dell'induzione magnetica in funzione del campo magnetico per diversi tipi di materiali

## 6.2. I materiali ferromagnetici e la saturazione

Anche in assenza del campo impresso  $B$ , i dipoli si raggruppano in “domini” orientati detti “domini di Weiss”. Applicando un campo esterno i “domini” si allineano producendo una forte magnetizzazione netta. Nei materiali ferromagnetici “morbidi o (soft)” i “domini” si ridispongono in modo casuale quando il campo esterno viene rimosso, diversamente nei materiali ferromagnetici “duri” (Hard) l’orientamento dei “domini” persiste anche dopo la rimozione del campo esterno (magneti permanenti).

I domini possono cambiare direzione per varie cause, una prima e l'applicato un nuovo campo magnetico, oppure l’orientamento dei domini può ritornare casuale a causa di un urto e infine se la temperatura supera il “punto di Curie” ( $770^{\circ}\text{C}$  per il ferro), i domini si ridispongono in modo casuale.



Fig.6.2.1. Domini di Weiss che compongono un materiale ferromagnetico

Dalla figura si nota che in assenza di campo magnetico applicato i “domini” sono orientati in modo casuale, non appena si inizia ad applicare un campo esterno  $H$ , inizia il loro parziale orientamento, il fenomeno continua fino al punto in cui tutti i “domini” risultano orientati, in questa fase si dice che il materiale ferromagnetico ha raggiunto la saturazione.



Fig.6.2.2. Magnetizzazione dei domini di Weiss in presenza di un campo magnetico

Dal grafico B-H si nota come la curva che lega B e H non sia lineare, fatto evidente della variabilità delle permeabilità magnetica al variare di H.

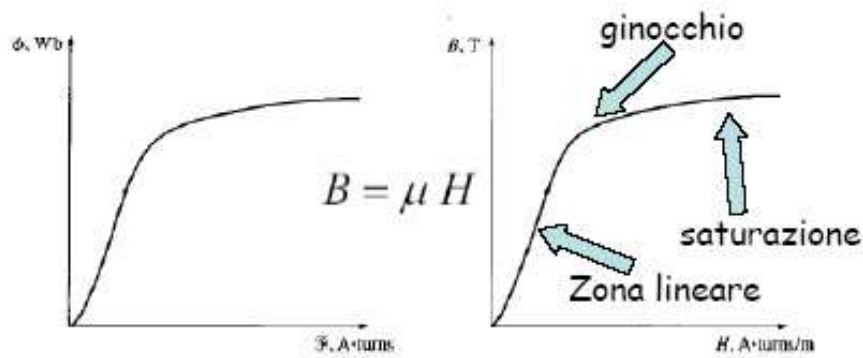


Fig.6.2.3. Andamento dell'induzione magnetica in funzione della corrente

La permeabilità magnetica  $\mu$  non risulta essere assolutamente costante al variare di  $H$  e dalla figura successiva si può analizzare in dettaglio il legame tra  $\mu$  e  $H$ .

La zona cerchiata in rosso nella figura indica la situazione di “domini” completamente orientati con una conseguente permeabilità magnetica prossima al valore nullo.

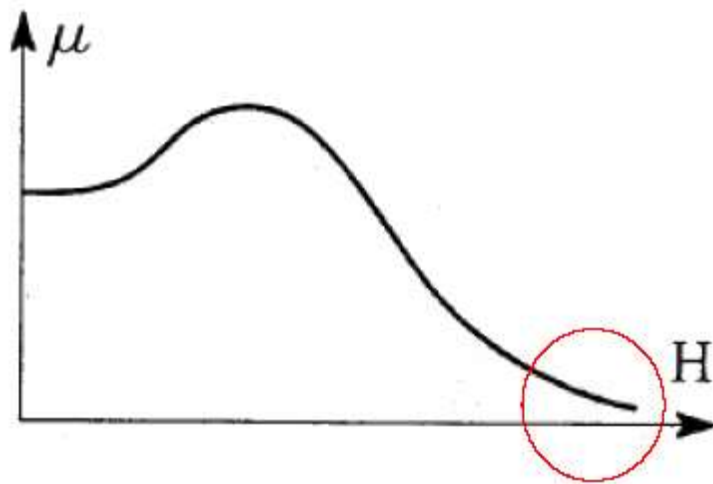


Fig.6.2.4. Andamento della permeabilità magnetica in funzione del campo magnetico  $H$

La permeabilità magnetica è influenzata dalla temperatura, infatti dal grafico seguente si nota immediatamente il diverso comportamento del materiale ferromagnetico a  $100^{\circ}\text{C}$  e a  $25^{\circ}\text{C}$ ; nel caso della temperatura maggiore i domini risultano più liberi di orientarsi e questa diversità si manifesta con una conseguente maggiore permeabilità a parità di campo magnetico applicato.

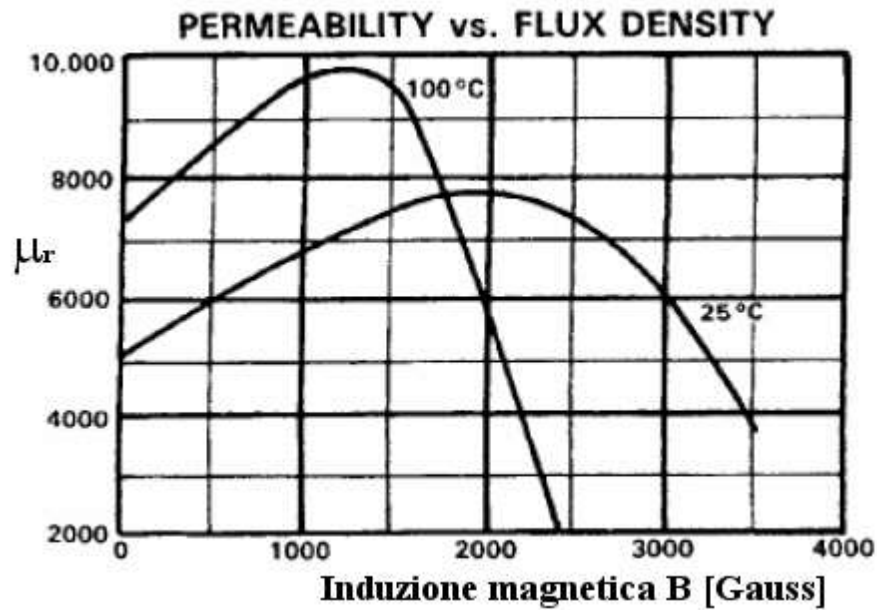


Fig.6.2.5. Permeabilità relativa in funzione dell'induzione magnetica

Le curve riportate nel grafico B-H, di figura 6.2.6, presentano una permeabilità variabile che dipende dal materiale ferromagnetico considerato, in rosso sono riportare le permeabilità magnetiche massime per ogni materiale esaminato. (1Tesla=10<sup>4</sup> Gauss)

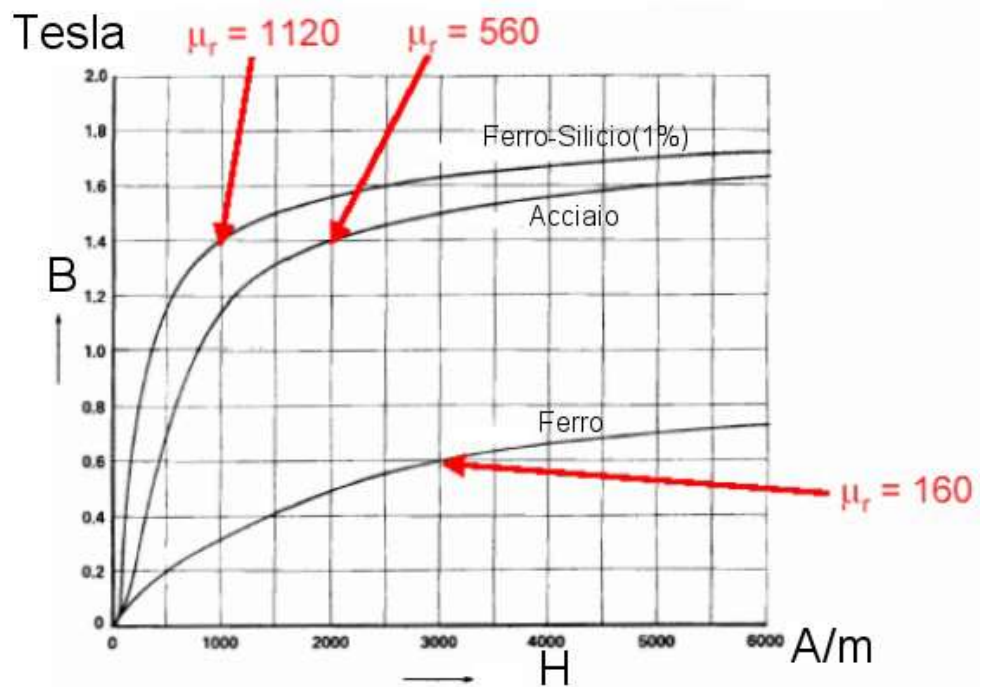


Fig.6.2.6. Induzione magnetica per diversi tipi di materiali ferromagnetici

La magnetizzazione nei materiali ferromagnetici avviene seguendo un ciclo d'isteresi il quale diviene ripetitivo dopo un certo numero di cicli di magnetizzazione.

Dalla figura seguente è possibile notare l'evoluzione del ciclo d'isteresi magnetica.

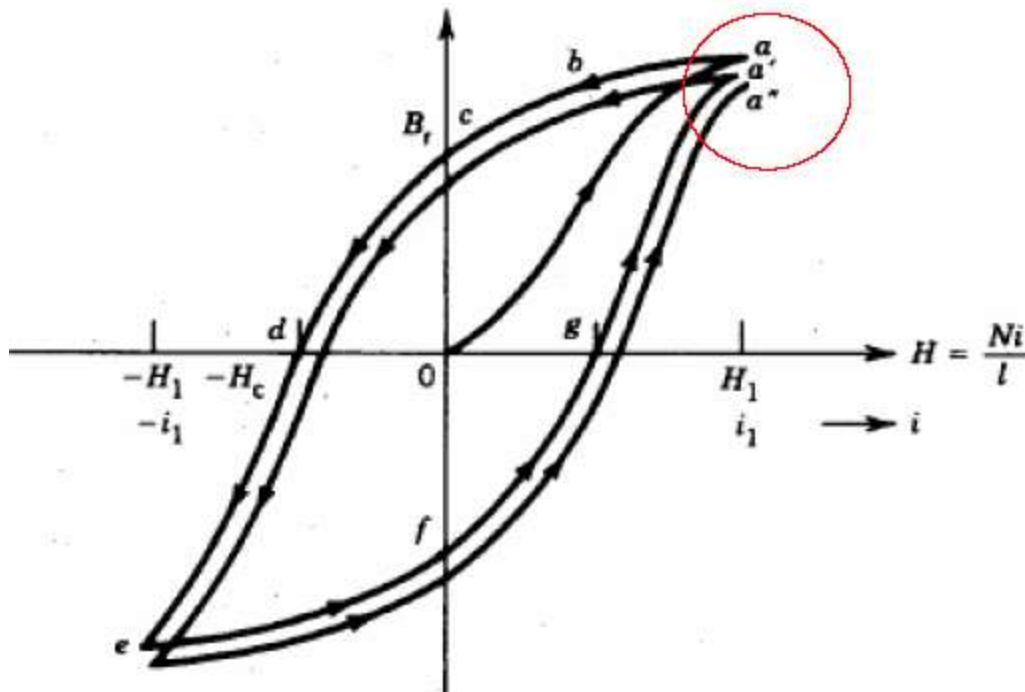


Fig.6.2.7. Isteresi magnetica

Da un'analisi più dettagliata si vede che il materiale ferromagnetico che non ha mai subito effetti di alcun campo  $H$ , percorre la prima magnetizzazione, una curva ben precisa chiamata "curva di prima magnetizzazione".

Quando il campo magnetico applicato tende a diminuire, la curva percorsa è un'altra, quella nella parte superiore del grafico, nel quale si può subito notare che in presenza di campo magnetico nullo si ha comunque induzione magnetica diversa da zero, questo ci dà ragione della realtà che il materiale ferromagnetico rimane magnetizzato, questa induzione è chiamata "induzione magnetica residua".

Lungo la stessa linea si prosegue applicando un campo magnetico  $H$  negativo e per un valore di tale campo l'induzione magnetica si annulla.

Il campo magnetico che causa ciò è detto campo magnetico coercitivo.



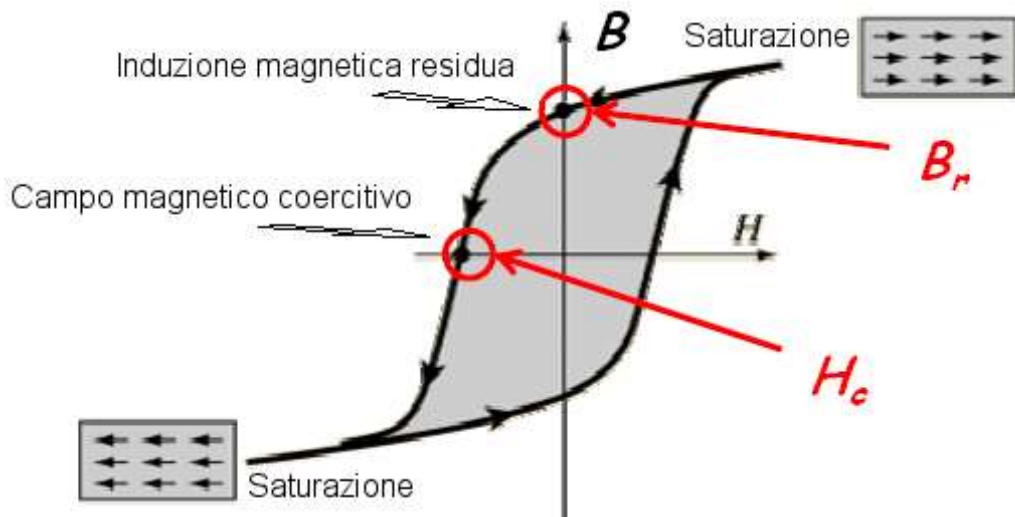


Fig.6.2.8. Punti che definiscono l'isteresi magnetica, dove  $B_r$  è l'induzione residua quando la corrente si annulla  $H_c$  è il campo coercitivo che annulla magnetizzazione del materiale

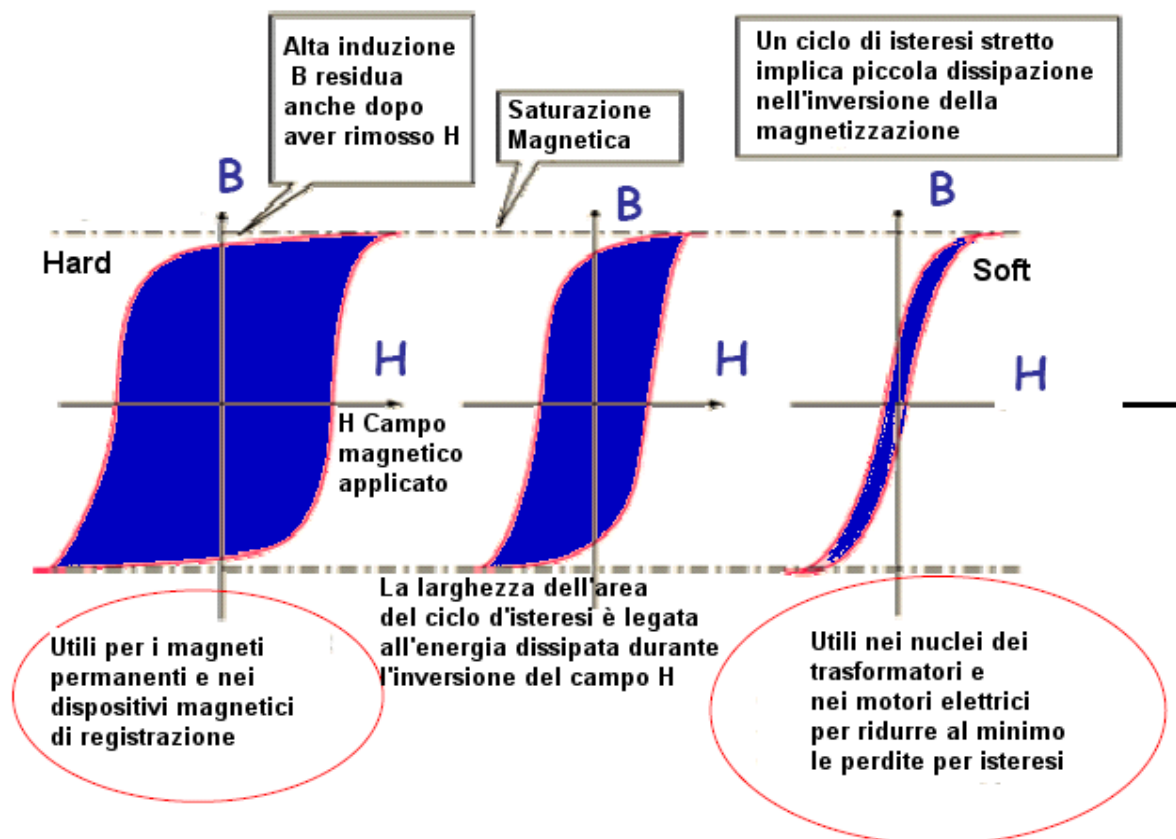


Fig.6.2.9. Diverse tipologie di isteresi magnetica nei materiali ferromagnetici

### Materiali magnetici ferromagnetici “soft o dolci”

Material	Comp- osition	T <sub>c</sub> (K)	B <sub>sat</sub> (T)	H <sub>c</sub> (A.m <sup>-1</sup> )	μ <sub>r</sub>	Resisti- vity (μΩm)	W <sub>H</sub> (J.m <sup>-3</sup> .cycle <sup>-1</sup> )
Iron	Fe	1043	2.2	4	2.10 <sup>5</sup>	0.1	30
Mild steel	Fe-C	1000	2.1	143	2.10 <sup>5</sup>	0.10	500
Transformer steel	Fe-3Si	1030	2.0	12	4.10 <sup>4</sup>	0.5	30
Permalloy	Fe-79Ni	800	1.1	4	1.10 <sup>5</sup>	0.2	
Supermalloy	Fe- 79Ni- 5Mo		0.80	0.16	1.10 <sup>6</sup>	0.6	
Ferroxcube		570	0.25	0.8	1.5.10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	13
Amorphous iron	FeBSi	630	1.6		> 10 <sup>5</sup>	10 <sup>3</sup>	13

Tab.6.1. Caratteristiche dei diversi materiali ferromagnetici “dolci”

### Materiali ferromagnetici “Hard o duri”

Più elevato è il valore di questa quantità, minore è il volume di materiale necessario per ottenere un certo flusso. Ciò riduce il peso del componente e lo rende più compatto.



Material	Composition	T <sub>c</sub> (K)	Remanence B <sub>r</sub> (T)	Coercivity H <sub>c</sub> (A.m <sup>-1</sup> )	BH max (kJ.m <sup>-3</sup> )
Alnico IV H	12Al26Ni8Co2Cu	1160	0.6	63	13
Alnico V	8Al13.5Ni24Co3 Cu	1160	1.35	64	44
Barium ferrite	BaO(Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) <sub>6</sub>	720	0.4	264	28
Samarium cobalt	SmCo <sub>5</sub>	1000	0.85	600	140
Neodymium iron boron	Nd <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> B	620	1.1	890	216
γ iron oxide	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		0.21	25	
Magnetite	FeOFe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	850	0.27	25	

Tab.6.2. Caratteristiche dei diversi materiali ferromagnetici “duri”

Il grafico di figura 6.2.10 riporta parte della curva di smagnetizzazione di un materiale ferromagnetico, si nota il punto in cui avviene la rapida smagnetizzazione dopo il cambiamento di pendenza della curva. La pendenza della curva diventa elevata e con una piccola variazione del campo magnetico si ottiene una repentina smagnetizzazione.

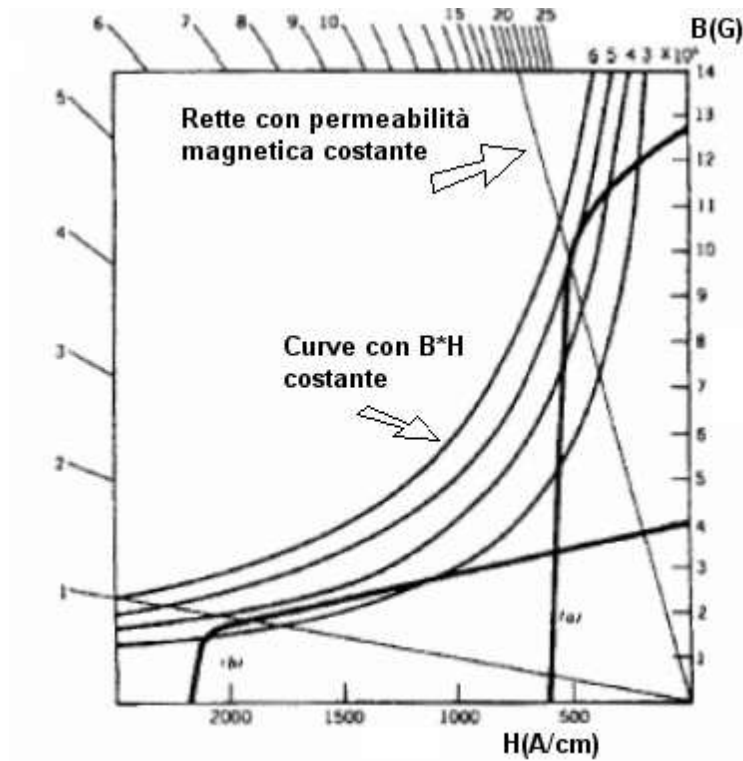


Fig.6.2.10. Rette con permeabilità magnetica costante

Le ferriti sono caratterizzate da un ciclo con una forma “rettangolare” e l'elevata magnetizzazione residua rende questi materiali adatti ad impieghi per la registrazione su supporto magnetico. Se si vogliono immagazzinare dei dati è, evidente che convenga utilizzare un materiale ferromagnetico duro, che conservi l'informazione anche in assenza di campo impresso, mentre materiali diamagnetici e paramagnetici presentano effetti troppo blandi per poter essere usati allo scopo.

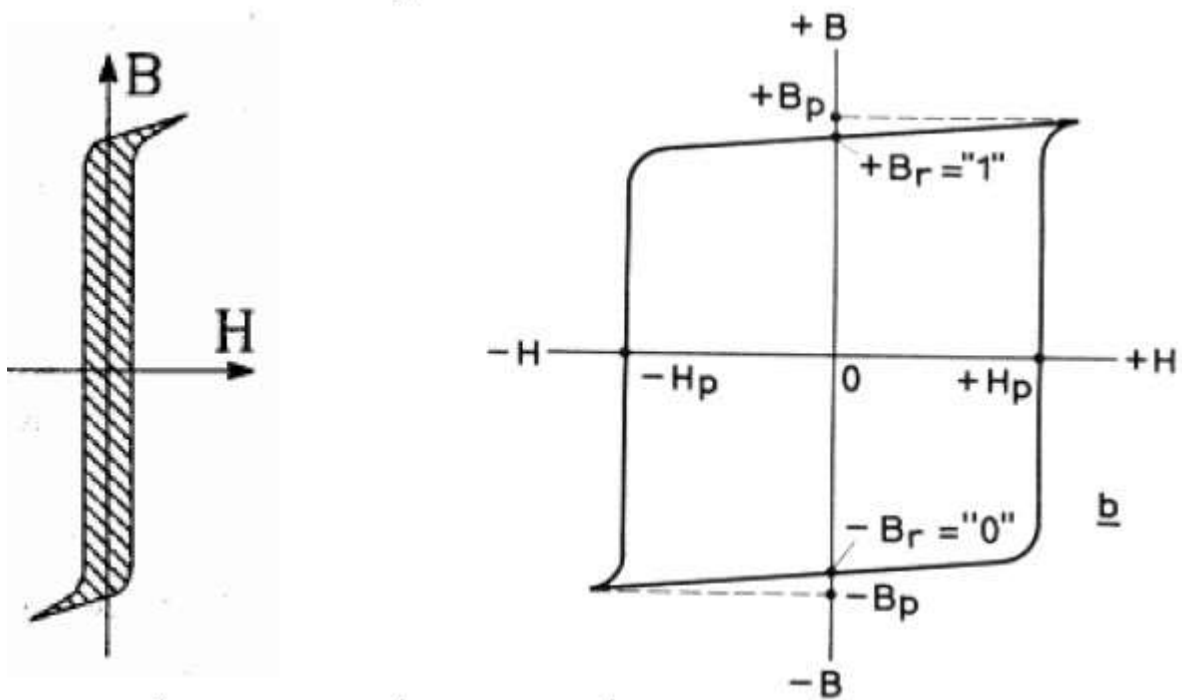


Fig.6.2.11. Induzione B in funzione del campo H

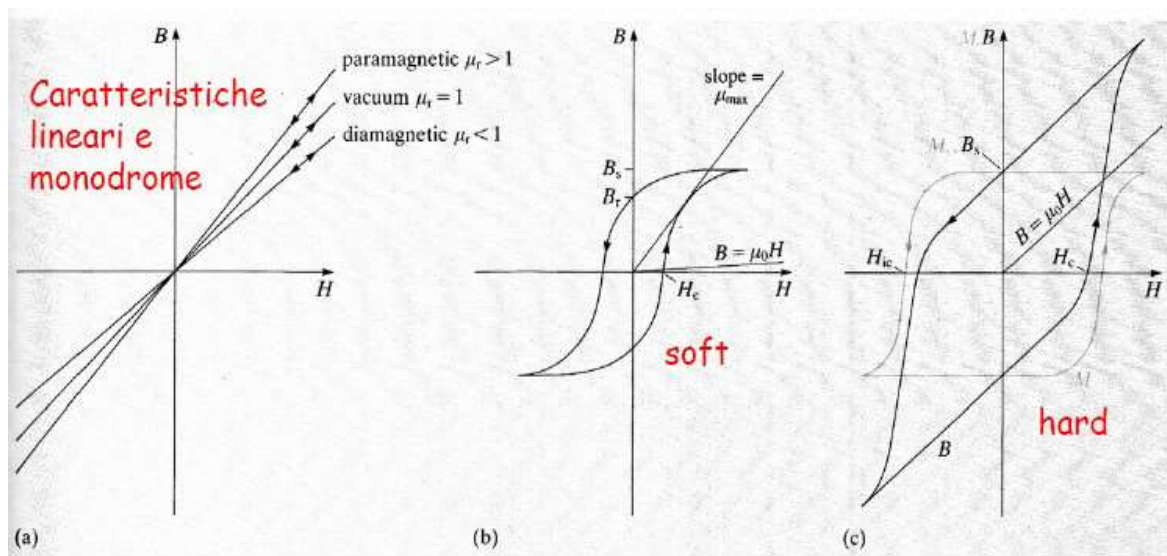


Fig.6.2.12. Isteresi magnetica per materiali soft e hard

### 6.3. Perdite nei materiali ferromagnetici [6].

Durante il funzionamento di un'apparecchiatura di rifasamento avviene una dispersione di energia causata da perdite nel rame degli avvolgimenti che compongono l'induttanza trifase e da perdite nel nucleo ferromagnetico. Le perdite nel ferro possono essere separate in

più componenti. Le principali sono le perdite per isteresi e per correnti parassite i cui fenomeni sono legati alla variazione del flusso magnetico nel tempo.

### 6.3.1 Perdite per isteresi

Queste perdite si verificano a causa della non linearità e delle differenze di magnetizzazione e smagnetizzazione in tutti i materiali ferromagnetici. Con riferimento alla figura 6.15, l'area interna della curva  $B$ - $H$  rappresenta l'energia per unità di volume dissipata sotto forma di calore nel materiale:

$$e_h = \oint H \cdot dB \quad (6.3.1.1)$$

Se il ciclo d'isteresi è percorso con una frequenza  $f$  in regime sinusoidale, allora la potenza specifica dissipata è data da:

$$p_h = f \cdot \oint H \cdot dB \quad (6.3.1.2)$$

La perdita per isteresi è proporzionale a  $(B_{max})^{1,6}$  per un dato materiale, dove  $B_{max}$  rappresenta il valore massimo dell'induzione. L'esponente è puramente empirico e non ha alcuna base teorica. L'esponente di  $B_{max}$  può variare tra 1,6 e 2, a seconda della qualità del ferro impiegato e dell'induzione presa in considerazione. Così la perdita per isteresi in un dato volume di materiale è esprimibile con:

$$p_h = k_h \cdot V_c \cdot f \cdot (B_{max})^n \quad (6.3.1.3)$$

dove  $k_h$  è la costante per un dato tipo di ferro e un dato intervallo d'induzione,  $V_c$  il volume del campione in [m<sup>3</sup>],  $n$  l'indice di Steinmetz e  $B_{max}$  l'induzione massima in [T].

Quando la  $dB/dt$  cambia segno più di una volta per periodo compaiono i cicli d'isteresi minori. Questi possono avere una forte influenza sul comportamento magnetico del materiale, in quanto si potrebbero verificare con costanza in applicazioni che utilizzano l'elettronica di potenza, come gli inverter. Un semplice metodo per tenere in considerazione i cicli minori d'isteresi consiste nel moltiplicare le perdite per isteresi per una determinata costante, come segue:

$$K_{hm} = \left(1 + \frac{0,65}{B_{max}} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta B_i\right) \quad (6.3.1.4)$$

dove  $\Delta B_i$  è la variazione dell'induzione mentre si percorre un ciclo minore. Per questo metodo si assume che tutti i cicli minori abbiano la stessa area.

Dall'analisi di questo metodo, sembra che una difficoltà sorga nell'ottenere la dimensione di  $\Delta B_i$ , che deve essere supportata da un ampio lavoro sperimentale, misurando i cicli minori per diverse condizioni e vari tipi d'acciaio.

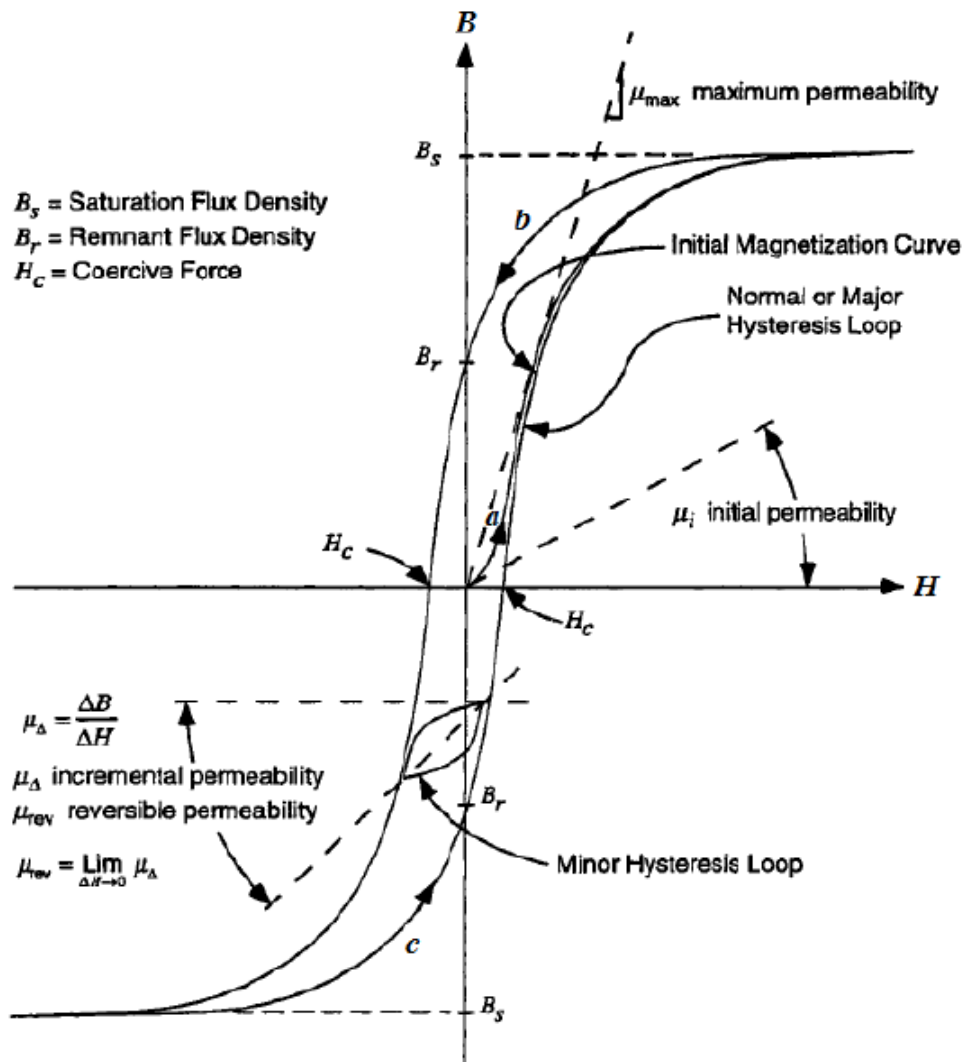


Fig.6.3.1. Ciclo d'isteresi magnetica

### 6.3.2 Perdite per correnti parassite

La teoria classica attribuita a Steinmetz esprime le perdite per correnti parassite in funzione della  $dB/dt$  o, in alternativa, della frequenza e dell'induzione massima. In quest'ultimo caso si deve però assumere un andamento sinusoidale dell'induzione.

Le perdite per correnti parassite possono essere espresse dalla:

$$P_{cp} = \frac{[V_c \cdot \pi^2 \cdot \tau^2 \cdot (f \cdot B_{max})^2]}{6 \cdot \rho} \quad (6.3.2.1)$$

dove  $\tau$  è lo spessore di laminazione in [m] e  $\rho$  la resistività del materiale ferromagnetico in [ $\Omega m$ ].

La (6.3.2.1) è pertanto valida nel caso di nuclei laminati data la dipendenza dallo spessore del lamierino impiegato. Tuttavia può essere riformulata come segue:

$$P_e = k_e \cdot V_c \cdot (f \cdot B_{max})^2 \quad (6.3.2.2)$$

dove  $k_e$  è una costante che tiene conto sia delle proprietà elettriche che geometriche del materiale, in modo da poter utilizzare la (6.3.2.2) anche per il calcolo delle perdite per correnti parassite che si verificano negli innovativi materiali compositi dolci. I metodi che assumono forme d'onda sinusoidali del flusso magnetico non sono particolarmente accurati, poiché nella realtà tali forme d'onda sono spesso distorte. I risultati ottenuti da queste formulazioni sono solitamente inferiori a quelli sperimentali.

Un approccio alternativo consiste nel tener conto della presenza di armoniche nei flussi magnetici con forma d'onda distorta. La perdita nel nucleo viene così valutata separatamente per ogni armonica e la somma di tutti i contributi calcolati fornisce la perdita totale. Alcuni studi hanno riscontrato che questo metodo dà risultati che sono spesso inferiori al 20% rispetto a quelli misurati e può portare a gravi errori se applicato a circuiti dove il picco dell'induzione supera 0.7 T.





## CAPITOLO 7 – INSERZIONE DELLE CAPACITA' DI RIFASAMENTO

### 7.1. Descrizione generica del sistema d'inserzione

Si suppone ora di dover rifasare un carico industriale con potenza attiva pari a 100 kW e  $\cos\varphi = 0,97$ ; dalla tabella 1.1 si può ricavare il fattore  $k = 0,77$  per portare il  $\cos\varphi$  a 0,97.

$$Q_C = k \cdot P = 0,77 \cdot 100 = 77 \text{ kvar} \approx 80 \text{ kvar} \quad (7.1.1)$$

Il costruttore allora adegua la potenza a 80 kvar per cautela [5]. Dopo di che viene definito il numero di gradini che gestisce la potenza reattiva da fornire da parte del banco capacitivo; in questo caso, supponendo che la minima richiesta di potenza reattiva voluta dal carico da rifasare sia 10 kvar, si utilizza la seguente ripartizione della potenza dei banchi, espressi in kvar:

$$5,5 - 11 - 22 - 44$$

Quindi il primo gradino è in grado di erogare 5,5 kvar, il secondo 11 e così via. Il regolatore, presente nell'apparecchiatura di rifasamento, gestisce i gradini, sommandoli o escludendoli per inserire gli altri in base alla richiesta di potenza reattiva istantanea letta.

Per evitare di dovere pagare penale, è necessario che il  $\cos\varphi$  medio, calcolato in un mese, risulti superiore a 0,95 (da gennaio 2016). Quindi non risulta un grosso problema se il  $\cos\varphi$  istantaneo scende al di sotto di suddetta soglia, l'importante è che la media in un mese non si porti al di sotto di tale valore.

I condensatori, per loro natura, sono sensibili alle sovratensioni di manovra, alle sovracorrenti e agli shock termici. Difatti, sono proprio le manovre che possono provocarne lo "scoppio". Ma il rifasamento automatico consente di inserire e disinserire i gradini di potenza reattiva sopracitati. Per consentire un funzionamento senza continue inserzioni e disinserzioni per piccole variazioni della potenza reattiva, nei regolatori più sofisticati vengono presi opportuni accorgimenti come tempi di risposta ritardati e intervalli di non intervento in funzione del valore della corrente nominale. La norma CEI 33-9 fornisce delle formule per il calcolo della corrente d'inserzione e disinserzione di un banco di condensatori di rifasamento di potenza nominale  $Q$  (in Mvar):

$$\hat{I}_{ins} = \sqrt{2} \cdot I_n \cdot \sqrt{\frac{S}{Q}} \quad (7.1.2)$$

dove:

- $\hat{I}_{ins}$  valore di cresta della corrente d'inserzione del condensatore espressa in ampere [A];
- $I_n$  valore efficace della corrente nominale del condensatore espressa in ampere [A];
- $S$  potenza di cortocircuito (MVA) nel punto in cui il condensatore deve essere installato;
- $Q$  potenza reattiva del banco di condensatori di rifasamento espressa in [Mvar].

Se l'inserzione dei condensatori avviene in parallelo con un condensatore energizzato (o più condensatori energizzati, come avviene come nel caso di gradini) si può utilizzare la formula:

$$\hat{I}_{ins} \approx \frac{U_0 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{X_C \cdot X_L}} \quad (7.1.3)$$

in cui:

- $\hat{I}_{ins}$  valore di cresta della corrente d'inserzione del condensatore espressa in ampere [A];
- $U_0$  tensione stellata, espressa in volt [V];
- $X_C$  reattanza capacitiva in serie per fase, espressa in [ $\Omega$ ];
- $X_L$  reattanza induttiva per fase tra le batterie, espressa in [ $\Omega$ ].

Per la frequenza propria del transitorio si può utilizzare la formula:

$$f_{ins} = f_n \cdot \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \quad (7.1.4)$$

in cui:

- $f_{ins}$  frequenza della corrente d'inserzione, espressa in Hertz [Hz];
- $f_n$  frequenza nominale espressa in Hertz [Hz].

Inserendo valori tipici dei parametri presenti nelle (7.1.3)÷(7.1.5) si ottengono i seguenti ordini di grandezza:

- per batterie singole la sovracorrente è dell'ordine di  $10 \div 30$  volte  $I_n$ ;
- per batterie frazionate la sovracorrente è dell'ordine di  $30 \div 50$  volte  $I_n$ ;
- la frequenza propria del transitorio  $f_{ins}$  è uguale  $300 \div 1000$  Hz.

Per un corretto dimensionamento costruttivo dei condensatori di rifasamento si richiede la tenuta delle seguenti sollecitazioni:

$$\begin{aligned} 2E_M & \quad \text{massimo } 1000 \text{ volte/anno;} \\ \hat{I}_{ins} \sim 100I_n & \quad \text{massimo } 100 \text{ volte/anno;} \\ \hat{I}_{ins} \sim 30I_n & \quad \text{massimo } 100000 \text{ volte/anno [7].} \end{aligned}$$

Nei due paragrafi seguenti vengono descritti i due metodi di inserzione delle capacità. Il primo metodo che verrà analizzato è l'inserzione tramite contattore, un interruttore di tipo meccanico che fa sì che il filtro possa essere associato a un MSC (Mechanical Switched Capacitor), mentre il secondo prevede un'inserzione per mezzo di tiristori; in questo modo il filtro diviene un TSC (Thyristor Switched Capacitor).

## 7.2. Inserzione tramite contattore

Nella figura 7.2.1 viene rappresentata una batteria di condensatori, in serie con i rispettivi induttori per ottenere l'accordo a  $f_r$ , frequenza di risonanza, azionata da contattori. All'inserzione del condensatore, il regolatore mantiene aperti i telerruttori I1 e chiusi gli I2, permettendo alla corrente di filtrare attraverso la resistenza per precaricare il condensatore. In questo modo si bloccano i picchi di corrente che non possono essere contrastati dalla sola induttanza, visto che quest'ultima satura alle elevate correnti. Subito dopo il regolatore innesca i contattori I1, aprendo I2 ed escludendo quindi le resistenze. Questi componenti meccanici hanno una risposta dinamica scadente, infatti prevedono una chiusura in due cicli e apertura in circa 8 cicli contro il mezzo ciclo dei TSC (Thyristor Switched Capacitor). Viene riscontrato un problema di gestione della carica residua all'apertura del banco con la possibilità di avere un'inserzione con banco ancora carico, dando luogo a correnti transitorie indesiderate. La loro durata di vita è ridotta rispetto ad un sistema con SCR (Silicon Controlled Rectifier), ossia un sistema con tiristori; sono previste tra le 2000 e le 5000 operazioni nel funzionamento complessivo, mentre per gli SCR sono praticamente illimitate.

Ragion per cui i contattori sono inadatti in sistemi di regolazione della tensione soggetti a frequenti disturbi (sistemi in isola), mentre possono essere adatti per interventi sporadici (escludendoli ad esempio in presenza di carico ridotto [8]).

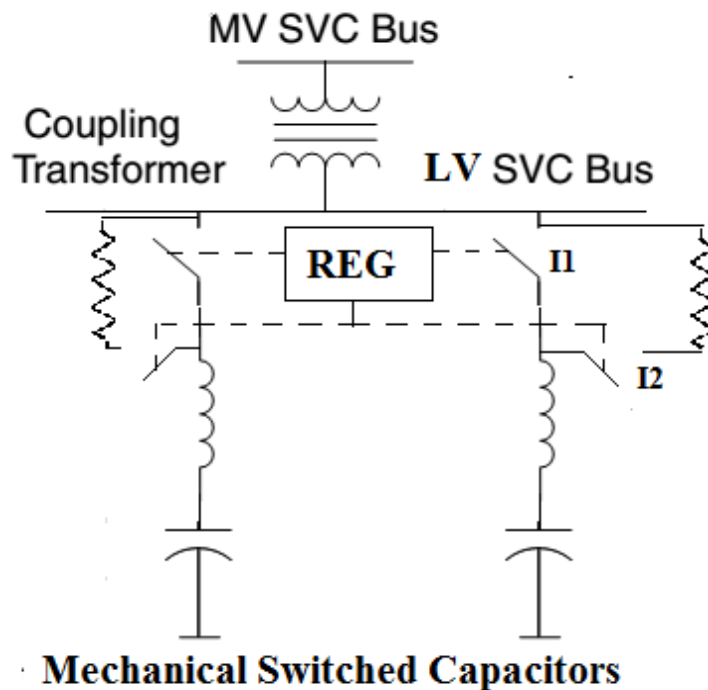


Fig.7.2.1. Filtro anti-risonante azionato da contattori

### 7.3. Inserzione tramite tiristore

Con questa tipologia di sistema di inserzione delle capacità di rifasamento è conveniente che vi sia un induttore in serie al condensatore perché, in questo modo, è possibile limitare la corrente di picco durante l'inserzione della capacità. La problematica principale resta sempre quella dovuta all'istante di inserzione dei condensatori; infatti, in assenza di altri elementi in serie, i valori di corrente e di  $di/dt$  sarebbero tali da portare alla distruzione del componente all'accensione con una sia pur minima differenza di tensione tra la tensione residua sul condensatore e quella di rete.



transitoria,  $i_t(t)$ . Infatti:

$$i_r(t) = I_{AC} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (7.3.1)$$

$$i_t(t) = -n \cdot B_C \left( V_{C0} - \frac{n^2}{n^2 - 1} \cdot V \sin \alpha \right) \cdot \sin(\omega_n t) - I_{AC} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\omega_n t) \quad (7.3.2)$$

$$i(t) = i_r(t) + i_t(t) \quad (7.3.3)$$

dove:

$\omega_0, \alpha$                       pulsazione di alimentazione e fase iniziale della tensione quando  $t=0$   
 $V_{C0}$                         tensione sul condensatore nell'istante di chiusura  
 $B_C, B_L$                     suscettanza capacitiva ed induttiva  
 $\omega_n = n \cdot \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$     pulsazione naturale della reattanza ( $n=1$  risonanza).

Vi sono due modalità di inserzione del condensatore, la prima prevede che la chiusura dello switch avvenga quando la tensione di alimentazione è sul picco positivo o negativo, mentre la seconda si ottiene quando la tensione di carica del condensatore presenta un valore predeterminato.

Nel primo caso si ha che:

$$V \cdot \sin \alpha = V_{C0} \quad \text{quindi} \quad \alpha = \sin^{-1} \frac{V_{C0}}{V} \quad (7.3.4)$$

ne segue che:

$$\frac{I_{osc}}{I_{AC}} = \sqrt{1 - \left( \frac{V_{C0}}{V} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)} \quad (7.3.5)$$

dove  $I_{osc}$  è il valore efficace del termine transitorio di  $i(t)$ .

Nel secondo caso si può ottenere, per  $\alpha = \pi/2$ , che:

$$\frac{I_{osc}}{I_{AC}} = n \cdot \left( \frac{n^2-1}{n^2} \cdot \frac{V_{C0}}{V} - 1 \right) \quad (7.3.6)$$

Dal punto di vista grafico otteniamo le seguenti figure:

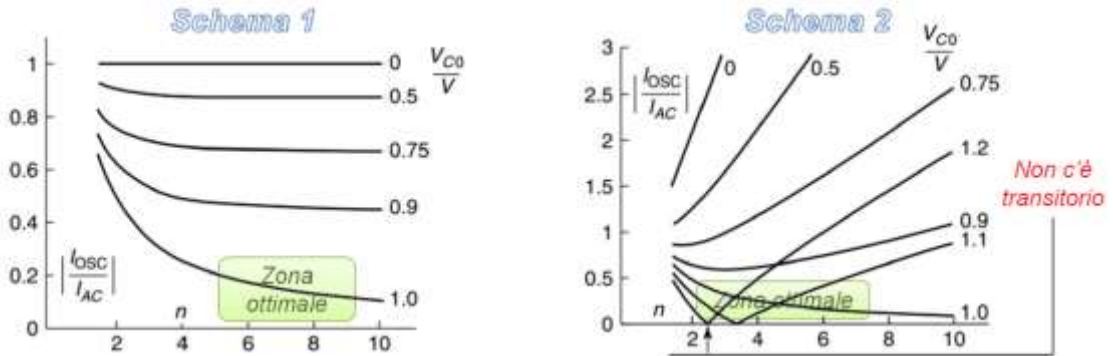


Fig.7.3.3. Modulo di  $I_{OSC}/I_{AC}$  in funzione dell'ordine armonico al variare di  $V_{C0}/V$

Nel primo caso la strategia diventa inapplicabile se  $V_{C0} > V$ , l'ampiezza del termine oscillante è sempre al di sotto del valore di regime. I transitori sono molto contenuti con alti valori di precarica e di frequenza di risonanza, sono molto accentuati, invece, nel caso di condensatore scarico.

Nel secondo caso la strategia è applicabile anche se  $V_{C0} > V$ , qui i transitori sono molto accentuati se  $V_{C0} < V$  (e.g. 0.75). La condizione ottimale si riscontra per  $V_{C0} \cong V$  e  $n=2,5$ . Nella pratica occorre implementare ambedue gli schemi, infatti se  $V_{C0} < V$ , viene implementata la configurazione A, in maniera tale da accendere il tiristore non appena la tensione  $V_{C0}$  è uguale a  $V$ . Mentre se si ha  $V_{C0} > V$ , ci si avvale dello schema B, accendendo il tiristore quando la tensione di alimentazione è al valore di cresta e quindi quella sullo switch è minima [8].





## CAPITOLO 8 – CORRENTI NEL FILTRO ANTI-RISONANTE

### 8.1. Calcolo delle correnti nel filtro anti-risonante

Per la realizzazione del rifasamento in presenza di armoniche consistenti si collega in serie alla terna di condensatori una reattanza trifase per ottenere un circuito accordato su una delle tre frequenze: 210Hz, 189Hz, 134Hz. Le frequenze vengono scelte in base all'ordine di frequenza armonica che è maggiormente presente in rete, per riuscire quindi a salvaguardare la capacità dalle conseguenti correnti armoniche.

La reattanza trifase è realizzata con un nucleo a mantello a tre colonne di uguale sezione. Su ogni colonna un avvolgimento di  $N$  spire e un traferro  $t$ .

In prima approssimazione possiamo ritenere che i circuiti magnetici relativi ad ogni avvolgimento siano equivalenti, cioè abbiano la medesima riluttanza. In effetti il circuito magnetico associato agli avvolgimenti laterali ha riluttanza un poco maggiore rispetto al circuito magnetico associato alla colonna centrale.

Considerando la riluttanza di una colonna,  $Ril_{col}$ , dovuta completamente al traferro è:

$$Ril_{col} = \frac{t}{\mu_0 \cdot S} \quad (8.1.1)$$

La riluttanza complessiva  $R$  del circuito magnetico relativo ad un avvolgimento è data dalla somma della riluttanza di una colonna con il parallelo delle altre due.

$$Ril = Ril_{col} + \frac{Ril_{col}}{2} = \frac{3}{2} \cdot Ril_{col} = \frac{3t}{2 \cdot \mu_0 \cdot S} \quad (8.1.2)$$

Definito come  $\bar{\Phi}_{TLi}$ , il fasore flusso totale generato nell' $i$ -esima fase ( $i=1,2,3$ ), si può definire il flusso relativo alla prima fase con la seguente espressione:

$$\bar{\Phi}_{TL1} = \bar{\Phi}_{L1} - \frac{\bar{\Phi}_{L2} + \bar{\Phi}_{L3}}{2} = \quad (8.1.3)$$

$$\frac{2 \cdot \mu_0 \cdot S \cdot N}{3 \cdot t} \cdot \left( \bar{I}_{L1} - \frac{\bar{I}_{L2} + \bar{I}_{L3}}{2} \right) \quad (8.1.4)$$

dove  $\bar{I}_{Li}$  sono i fasori di corrente relativi all'i-esima fase.

Il fasore tensione relativo a ogni singola fase è dato da:

$$\bar{V}_{Li} = -N \cdot (j\omega \bar{\Phi}_{TLi}) = -j\omega L_i \cdot \bar{I}_{Li} \quad (8.1.5)$$

dove  $L_i = \frac{2\mu_0 SN}{3t}$ .

$L_i$  è quindi l'induttanza associata al singolo avvolgimento. Per rilevarlo si alimenta l'avvolgimento in regime sinusoidale, lasciando aperti gli altri due, con la corrente nominale e si misura la tensione ai capi.

Nell'Appendice vengono riportati tutti i passaggi matematici; si rammenta che in tali passaggi il nome delle fasi è cambiato, alla fase  $L_1$  è associata la lettera R, alla fase  $L_2$  è associata la lettera S e alla fase  $L_3$  è associata la lettera T. Al termine dello svolgimento dei conti si può ricavare il valore efficace dell'n-esima corrente che attraversa il filtro, dove n indica l'ordine di componente armonica in corrente. Tale valore efficace viene riportato nell'equazione 8.1.6.

$$|\bar{I}_n| = \left| \frac{3\omega_n C \bar{V}_n}{\left(\frac{\omega_n}{\omega_R}\right)^2 - 1} \right| = \left| \frac{3\omega_n C \bar{V}_n}{\left(\frac{f_n}{f_R}\right)^2 - 1} \right| \quad (8.1.6)$$

## 8.2. Verifiche con i dati delle reattanze anti-risonanza EPCOS

Dal catalogo TDK –EPCOS i dati delle reattanze iniziano con il fornire i valori limite delle armoniche di tensione ammesse nella tensione di rete in ambiente industriale secondo gli standard europei EN 50160.

Technical data and limit values	
Filter reactors	
Harmonics*	$V_3 = 0.5\% V_R$ (duty cycle = 100%) $V_5 = 6.0\% V_R$ (duty cycle = 100%) $V_7 = 5.0\% V_R$ (duty cycle = 100%) $V_{11} = 3.5\% V_R$ (duty cycle = 100%) $V_{13} = 3.0\% V_R$ (duty cycle = 100%)
Effective current	$I_{rms} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_{13}^2}$
Fundamental current	$I_1 = 1.06 \cdot I_R$ (50 Hz or 60 Hz current of capacitor)
Temperature protection	microswitch (NC)
Dimensional drawings and terminals	see specific datasheets

Fig.8.2.1. Informazioni tecniche e valori limite imposti della normativa EN 50160

Characteristics							
Power	Δ capacitance	Inductance	I <sub>rms</sub> (I <sub>ent</sub> )	Losses <sup>1)</sup>	Weight	Terminal	Ordering code
kvar	3 · μF	mH	A	W	kg		
Rated voltage V = 400 V, f = 50 Hz, p = 7% (f <sub>r</sub> = 189 Hz) / Linearity: L ≥ 0.95 · L <sub>N</sub> for current up to 1.73 · I <sub>N</sub>							
10	61	3.84	16.4	70	5.9	10 mm <sup>2</sup> Kl.	B44066D7010*400
12.5	77	3.01	20.5	75	8.6	10 mm <sup>2</sup> Kl.	B44066D7012*400
20	123	1.92	32.7	120	18	Cu bars Ø 9 mm	B44066D7020*400
25	154	1.53	40.9	180	18	Cu bars Ø 9 mm	B44066D7025*400
40	246	0.96	65.4	230	26	Cu bars Ø 9 mm	B44066D7040*400
50	308	0.77	81.8	270	27	Cu bars Ø 9 mm	B44066D7050*400
75	462	0.51	122.7	330	39	Cu bars Ø 9 mm	B44066D7075*400
100	617	0.38	163.3	390	50	Cu bars Ø 11 mm	B44066D7100*400

Fig.8.2.2. Valori del filtro anti-risonanza al variare della potenza reattiva richiesta

Definita con  $L_3$  l'induttanza equivalente della reattanza in collegamento trifase, l'induttanza relativa a un singolo avvolgimento, chiamata  $L_1$  e ottenuta mantenendo gli altri due avvolgimenti aperti, è uguale a:

$$L_1 = \frac{2}{3} L_3 \quad (8.2.1)$$

E definita con  $C$  la capacità di un lato del triangolo di condensatori, si può ricavare la frequenza di accordo, o risonanza, del filtro che deve essere uguale a 189 Hz:

$$f_R = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{3L_3C}} \quad (8.2.2)$$

In condizioni nominali con  $V_1=230$  V efficaci della fondamentale e componenti armoniche nulle, si può definire la seguente tabella che riporta la potenza reattiva fornita dalle capacità del filtro.

Q [KVAR]	10	12,5	20	25	40	50	75	100
C [μF]	61	77	123	154	246	308	462	617
L3 [mH]	3,84	3,01	1,92	1,53	0,96	0,77	0,51	0,38
f <sub>R</sub> [Hz]	189,86	190,87	189,08	189,3	189,08	188,69	189,3	189,77
Δf <sub>R</sub> %	0,454	0,9878	0,0448	0,1594	0,0448	-0,166	0,1594	0,4068
Q [KVAR]	9,8104	12,384	19,782	24,767	39,563	49,535	74,302	99,23
ΔQ%	-1,896	-0,931	-1,092	-0,931	-1,092	-0,931	-0,931	-0,77

Tab.8.2.1. Potenza reattiva di dimensionamento del banco di condensatori

In condizione limite, con le componenti armoniche al massimo consentito dalle EN 50160, e la tensione risultante, V<sub>R</sub>, comunque nominale, di 230V, si definisce il THD<sub>V</sub> come:

$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} \quad (8.2.3)$$

che in termini numerici, con distorsioni massime prelevate dalla Figura 8.2.1, si ottiene che:

$$THD_V = \frac{\sqrt{436,425}}{229} = 0,0912 = 9,12\%$$

Qui sotto figura una tabella che le componenti di distorsione di tensione in rete al variare dell'ordine armonico calcolato rispetto alla frequenza di accordo del filtro.

n	f <sub>n</sub> [Hz]	$\left  \left( \frac{f_n}{f_R} \right)^2 - 1 \right $	V <sub>n</sub> [V]
1	50	0,930013	229
3	150	0,370118	1,15
5	250	0,749671	13,80
7	350	2,429355	11,50
11	550	7,468408	8,05
13	650	10,82778	6,90

Tab.8.2.2. Massime tensioni armoniche in rete secondo la normativa EN 50160

Ora viene definita, invece, la distorsione armonica in corrente,  $THD_I$ , in funzione del  $THD_V$ . Sapendo che:

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} = \left| \frac{I_n}{I_1} \right| \quad (8.2.4)$$

Possiamo scrivere, contando che n è l'ordine armonico

$$THD_I = \frac{(6\pi f_n C V_n)}{\left| \left( \frac{f_n}{f_R} \right)^2 - 1 \right|} \cdot \frac{\left| \left( \frac{f_n}{f_R} \right)^2 - 1 \right|}{6\pi f_n C V_1} = \frac{n \cdot 0,930013}{\left| \left( \frac{f_n}{f_R} \right)^2 - 1 \right|} \cdot THD_V \quad (8.2.5)$$

La tabella seguente fornisce il  $THD_I$  normalizzato sul  $THD_V$  in funzione dell'n-esima armonica.

n	3	5	7	11	13	17	19	23	25
THDI/THDV	7,538233	6,202807	2,679761	1,369789	1,116588	0,822327	0,728212	0,593795	0,543972

Tab.8.2.3. Distorsione armonica in corrente al variare di n

Nel seguito si riporta una tabella simile alla tabella 8.2.1 in cui si inseriscono, però, le componenti di corrente armonica che fluiscono nel filtro. Come si può osservare, la distorsione in corrente non superare mai il 40,34 %. [9]

Q [KVAR]	10	12,5	20	25	40	50	75	100
C [μF]	61	77	123	154	246	308	462	617
L3 [mH]	3,84	3,01	1,92	1,53	0,96	0,77	0,51	0,38
I <sub>1</sub> [A]	14,156	17,869	28,545	35,739	57,089	71,477	107,22	143,19
I <sub>3</sub> [A]	0,5359	0,6765	1,0806	1,3529	2,1612	2,7058	4,0587	5,4204
I <sub>5</sub> [A]	5,2915	6,6794	10,67	13,359	21,34	26,718	40,077	53,522
I <sub>7</sub> [A]	1,905	2,4047	3,8413	4,8095	7,6827	9,6189	14,428	19,269
I <sub>11</sub> [A]	0,6817	0,8604	1,3745	1,7209	2,7489	3,4418	5,1627	6,8947
I <sub>13</sub> [A]	0,4763	0,6012	0,9603	1,2024	1,9207	2,4048	3,6072	4,8174
I[A]	15,265	19,268	30,779	38,537	61,559	77,073	115,61	154,4
THDI	0,4034	0,4034	0,4034	0,4034	0,4034	0,4034	0,4034	0,4034
I/I <sub>1</sub>	1,0783	1,0783	1,0783	1,0783	1,0783	1,0783	1,0783	1,0783

Tab.8.2.3. Correnti armoniche nel filtro in base alla capacità di dimensionamento del banco



## **CAPITOLO 9 –**

### **MISURE SVOLTE SULL'INDUTTANZA DEL FILTRO A 50 Hz**

In questo capitolo ci si pone il problema di valutare l'effetto della saturazione dell'induttanza, effettuando una serie di prove a 50 Hz. La prova è stata fatta su di un'induttanza monofase, ottenuta collegando in serie gli avvolgimenti laterali di un induttore trifase per poter svolgere delle misure a frequenze elevate, utilizzando un generatore di armoniche di tensione monofase fornito dal Dipartimento di Ingegneria Industriale, visto che l'azienda, presso cui è stato frequentato lo stage, non ne disponeva. Perciò, in base alla disponibilità di magazzino della stessa, sono state impiegate un'induttanza da 12,8 mH e una capacità da 60  $\mu F$ . Tale capacità è stata ottenuta utilizzando un condensatore trifase da 40  $\mu F$ , di cui due condensatori del triangolo, posti in serie, si trovano in parallelo con il restante per ottenere i 60  $\mu F$ . Inoltre bisogna tenere conto del fatto che il valore di induttanza è stato scelto in maniera tale da potere svolgere le misure con correnti “accessibili” agli strumenti adoperati.

Per tutela dei diritti delle case costruttrici delle suddette induttanze non verranno riportati di seguito le ragioni sociali delle stesse e dunque ci si limiterà a chiamare tale induttanza  $L_1$ .

Il valore di resistenza dell'avvolgimento viene trascurato.

#### **9.1. Misure svolte su induttanza $L_1$ a 50 Hz con due avvolgimenti disposti in serie**

Subito sotto viene descritto il procedimento attuato per avere una accurata misura dell'induttanza. La fig. 9.1.1 mostra i dati di targa dell'induttore trifase e, di seguito, le immagini che raffigurano gli strumenti utilizzato per mettere in atto la misura.



Fig.9.1.1. Dati di targa dell'induttanza  $L_1$

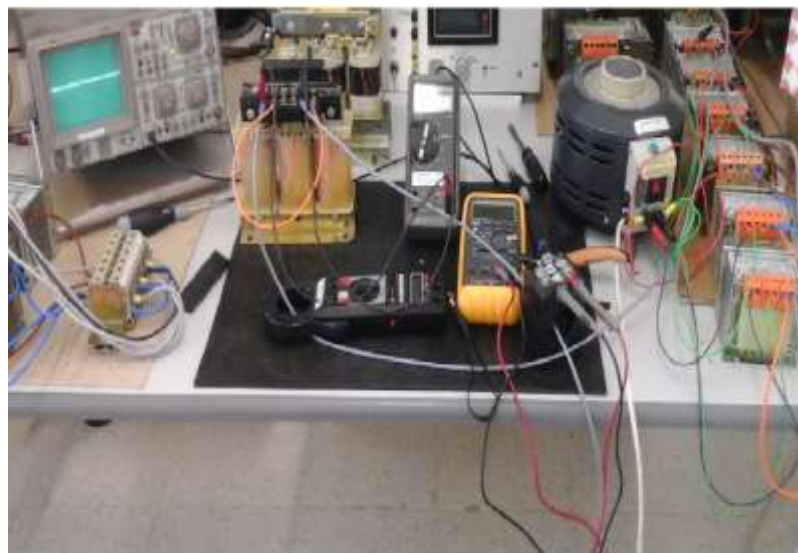


Fig.9.1.2. Banco di prova per l'induttanza  $L_1$

Disponendo il circuito che verrà raffigurato nell'immagine precedente, abbiamo adoperato



un VARIAC modulabile tra 0 e 270V in AC posto ai primari, in parallelo, di sei trasformatori, i cui secondari invece sono in serie tra loro, per generare una corrente adeguata in modo da portare verso la saturazione l'induttanza. Per una prima misura di corrente è stata utilizzata una pinza amperometrica. Le due colonne laterali dell'induttanza trifase sono state collegate in serie in maniera tale da avere un valore di  $L$  più elevato; ai capi dei morsetti è stato posto un multimetro per monitorare la tensione ai capi dell'induttanza. In questo modo, dal noto rapporto  $V/I$ , si sono potuti ricavare i valori dell'induttanza che possono dimostrare che essa sta iniziando la saturazione.



Fig.9.2.4. Sei trasformatori collegati al generatore di tensione in AC.

Per riuscire a ottenere una misura più precisa della corrente circolante nell'induttanza e visto che la portata della pinza amperometrica è elevata rispetto alle correnti in gioco, si è optato per un metodo più preciso, illustrato nel seguito. Sono state sfruttate due resistenze da  $0,22 \Omega$ , ciascuna, disposte in parallelo, ottenendo così una resistenza complessiva di  $0,11 \Omega$ . Dopodichè si è disposta tale resistenza su un TA, attraverso il quale è stato fatto fluire uno dei cavi di alimentazione dell'induttanza, e ai capi della resistenza è stato posto un multimetro per rilevarne la tensione. Per la nota formula  $I = V/R$ , sono emersi dei valori di corrente più precisi rispetto a quelli precedentemente ottenuti e quindi si è pervenuti a una stima molto più accurata dei valori dell'induttanza.

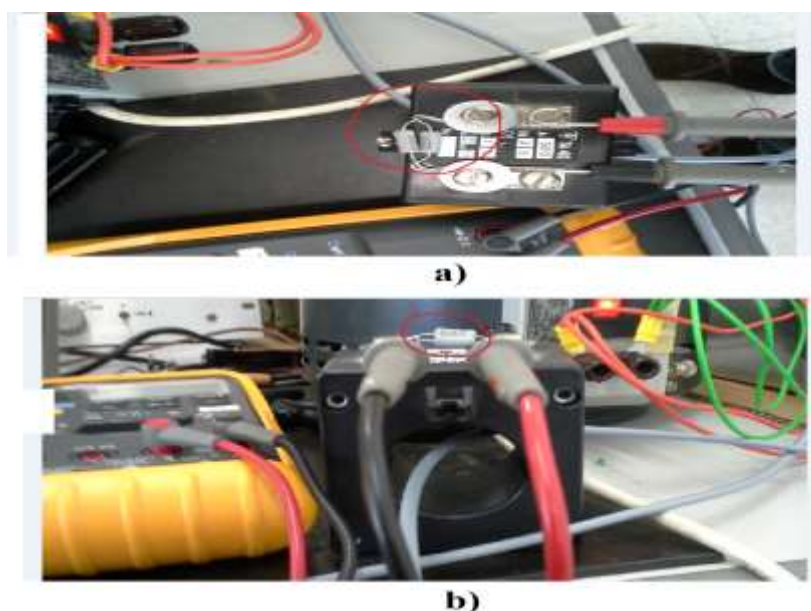


Fig.9.2.5. (a) Vista dall'alto delle due resistenze in parallelo cerchiate in rosso e (b) Vista frontale del TA e delle resistenze in parallelo; di fianco il multimetro

Qui di seguito vengono riportate le misure svolte e i relativi grafici di tensione in funzione della corrente che attraversa l'induttore. Nella tabella con  $I_p$  si intende la corrente calcolata usando la pinza amperometrica, con  $V_r$  ci si riferisce alla tensione calcolata sulla resistenza parallelo,  $R$  è la resistenza parallelo,  $I_{eff}$  è il valore effettivo di corrente trovato con l'ausilio della resistenza parallelo,  $X_L$  è la reattanza induttiva calcolata con il valore di corrente  $I_{eff}$  e, infine,  $L$  è l'induttanza calcolata da  $X_L$ , mentre  $X'_L$  e  $L'$  sono i valori, rispettivamente di reattanza e induttanza, calcolati con  $I_p$ .

Effettivamente, come si può osservare dalla tabella seguente, per valori di corrente che superano i 10 ampere efficaci si riscontra un decremento del valore dell'induttanza di quasi il 10%. Si può affermare che l'induttanza è in procinto di saturazione. Effettivamente, il riscontro visivo si ottiene dai due grafici riportati nel seguito; infatti, riferendosi al grafico V-I di figura 9.2.6, oltre i 14 A il valore della pendenza della retta diminuisce, cosa che viene confermata dal grafico L-I. Il leggero cambiamento di pendenza della retta della tensione sta a indicare una variazione della permeabilità magnetica del ferro, contenuto all'interno dell'induttore. Infatti, oltre un certo valore di corrente, tale permeabilità smette di mantenersi costante e inizia a decrescere, comportando così una diminuzione del valore dell'induttanza. Sempre nella stessa immagine è stato sovrapposto all'andamento reale,

raffigurato in blu, l'andamento ideale, cioè rettilineo, che la funzione dovrebbe presentare; tutto ciò evidenzia che l'induttanza sta iniziando a saturare.

$I_p$ [A]	$V_r$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$I_{eff}$ [A]	$V_L$ [V]	$X_L'$ [ $\Omega$ ]	$L'$ [mH]	$X_L$ [ $\Omega$ ]	$L$ [mH]
1	0,0123	0,107	1,14953271	4,62	4,62	14,71338	4,019024	12,79944
2	0,0218	0,107	2,037383178	7,91	3,955	12,59554	3,882431	12,36443
3,5	0,0386	0,107	3,607476636	13,69	3,91142857	12,45678	3,794896	12,08566
5	0,0546	0,107	5,102803738	19,19	3,838	12,22293	3,760678	11,97668
6,5	0,0706	0,107	6,598130841	24,65	3,79230769	12,07741	3,735907	11,89779
8	0,0873	0,107	8,158878505	30,25	3,78125	12,0422	3,707617	11,8077
9,5	0,1036	0,107	9,682242991	35,6	3,74736842	11,93429	3,676834	11,70966
11	0,1203	0,107	11,24299065	41,1	3,73636364	11,89925	3,655611	11,64207
12,5	0,1373	0,107	12,8317757	46,5	3,72	11,84713	3,623816	11,54082
14	0,1535	0,107	14,34579439	51,3	3,66428571	11,6697	3,575961	11,38841
15	0,1648	0,107	15,40186916	54	3,6	11,46497	3,506068	11,16582
15,7	0,173	0,107	16,1682243	56	3,56687898	11,35949	3,463584	11,03052

Tab.9.1.1. Risultati ottenuti sull'induttanza  $L_1$

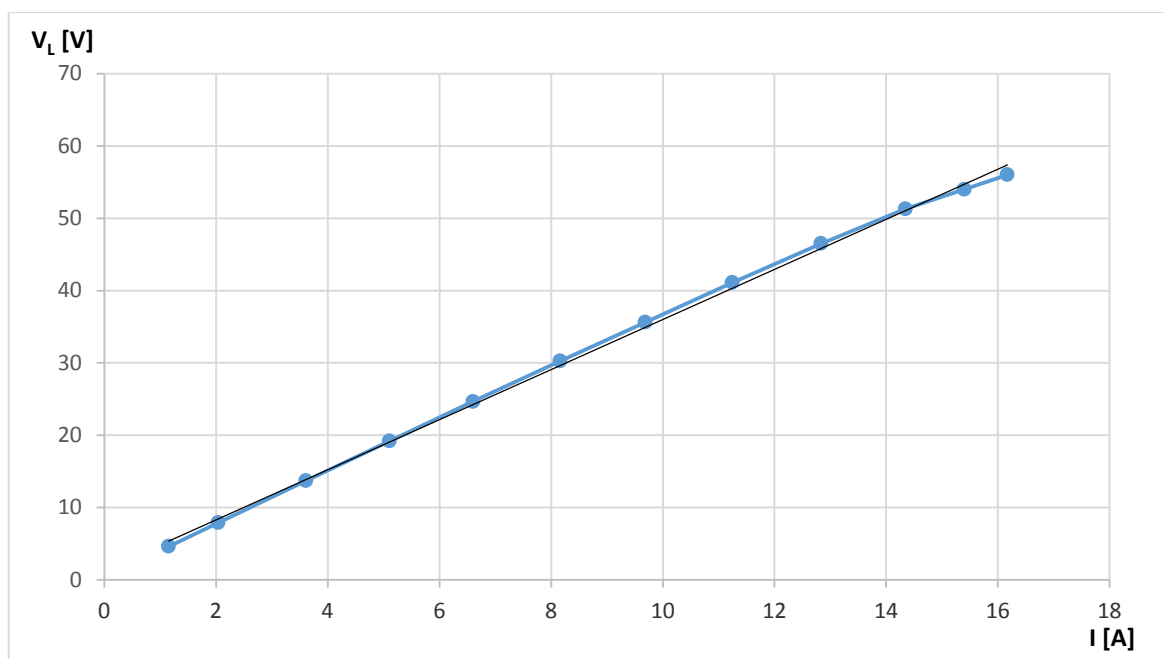


Fig.9.2.6. Andamento della tensione in funzione della corrente

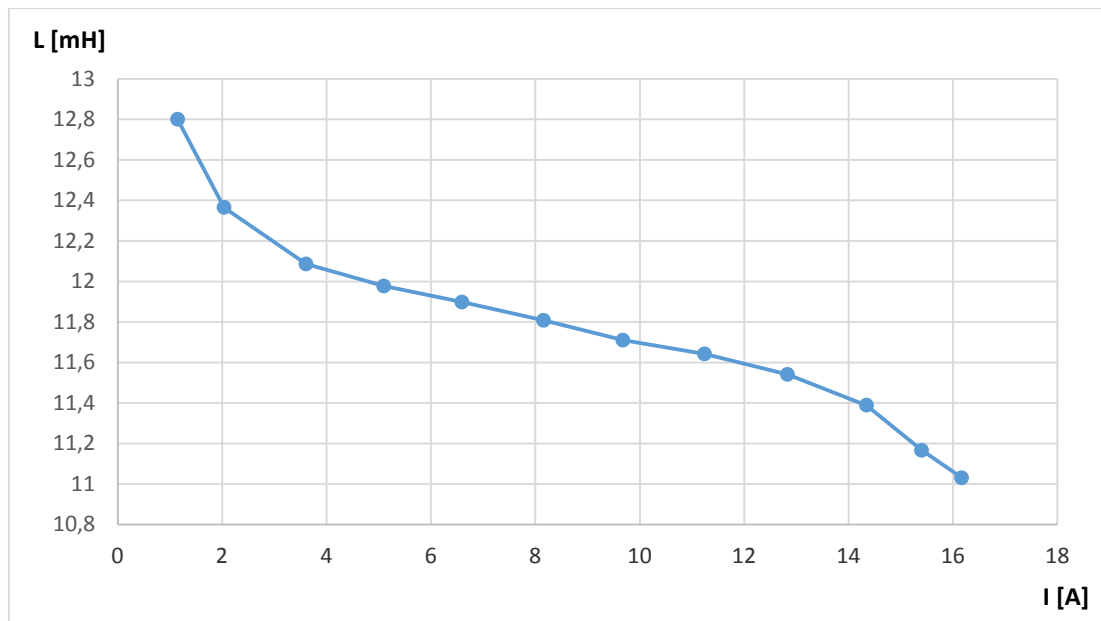


Fig.9.2.7. Valore dell'induttanza in funzione della corrente che la attraversa.

N.B. In questo caso sono stati trascurati i giochi in ferro tra le due colonne laterali, la cui riluttanza è poco rilevante rispetto alla riluttanza al traferro. Inoltre il flusso che attraversa la colonna centrale, dato dalla somma vettoriale dei due flussi generati nelle colonne laterali, determina una tensione ai morsetti dell'induttanza tendente a 0 (come ci si aspettava) e quindi il suo contributo può essere tranquillamente trascurato.

## 9.2. Misure svolte sulle singole colonne dell'induttanza $L_1$ a 50 Hz

Quello che ci preme mostrare in questo paragrafo è il comportamento delle singole colonne dell'induttanza sopracitata a 50 Hz, imprimendo varie correnti che mutano con la variazione della tensione applicata ai capi del singolo avvolgimento. Si può auspicare che il comportamento di tutte e tre le colonne, di entrambi gli induttori, sia pressoché simile.

Qui di seguito vengono riportate le misure svolte e i relativi grafici V-I di tensione in funzione della corrente, che attraversa l'induttore, e i grafici L-I di induttanza in funzione della corrente.

Nella tabella con  $I_p$  si intende la corrente calcolata usando la pinza amperometrica, con  $V_r$  ci si riferisce alla tensione calcolata sulla resistenza parallelo,  $R$  è la resistenza parallelo,  $I_{eff}$  è il valore effettivo di corrente trovato con l'ausilio della resistenza parallelo,  $X_L$  è la reattanza induttiva calcolata con il valore di corrente  $I_{eff}$  e, infine,  $L$  è l'induttanza calcolata da  $X_L$ .

-Avvolgimento sinistro

$I_p$ [A]	$V_r$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$I_{eff}$ [A]	$V_L$ [V]	$X_L$ [ $\Omega$ ]	$L$ [mH]
1	0,0122	0,107	1,14018692	1,777	1,55851639	4,963428
3	0,0339	0,107	3,1682243	4,73	1,49294985	4,754617
6	0,0663	0,107	6,19626168	9,11	1,47024133	4,682297
9	0,0996	0,107	9,30841121	13,52	1,4524498	4,625636
12	0,1334	0,107	12,4672897	18,06	1,4485907	4,613346
15	0,1665	0,107	15,5607477	22,41	1,44016216	4,586504
18	0,2003	0,107	18,7196262	26,52	1,41669496	4,511767

Tab.9.2.1. Valori di induttanza al mutare del modulo della corrente

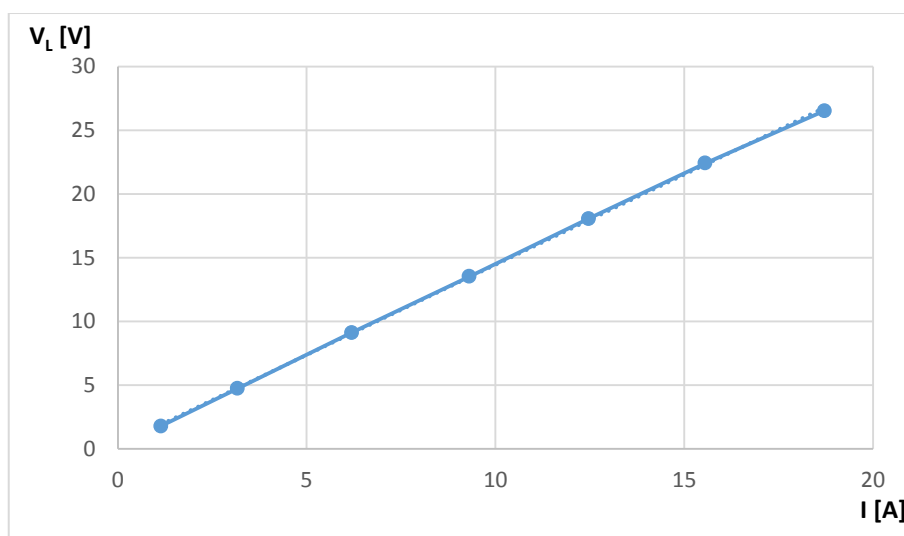


Fig.9.2.1. Tensione sulla colonna di sinistra di  $L_1$  in funzione della corrente

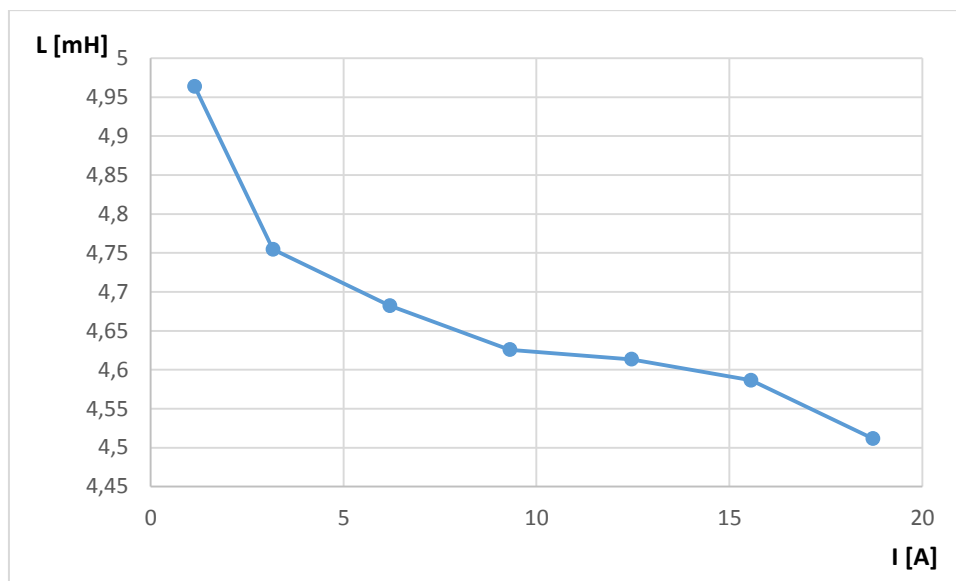


Fig.9.2.2. Avvolgimento sinistro di  $L_1$  in funzione della corrente

-Avvolgimento centrale

$I_p$ [A]	$V_r$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$I_{eff}$ [A]	$V_L$ [V]	$X_L$ [ $\Omega$ ]	$L$ [mH]
1	0,0124	0,107	1,1588785	1,957	1,68870161	5,378031
3	0,034	0,107	3,17757009	5,1	1,605	5,111465
6	0,0675	0,107	6,30841121	9,97	1,58042963	5,033215
9	0,1003	0,107	9,37383178	14,72	1,57032901	5,001048
12	0,1342	0,107	12,5420561	19,59	1,56194486	4,974347
15	0,1676	0,107	15,6635514	24,26	1,54881862	4,932543
18	0,2023	0,107	18,9065421	28,51	1,50794365	4,802368

Tab.9.2.2. Valori di induttanza al variare del modulo della corrente

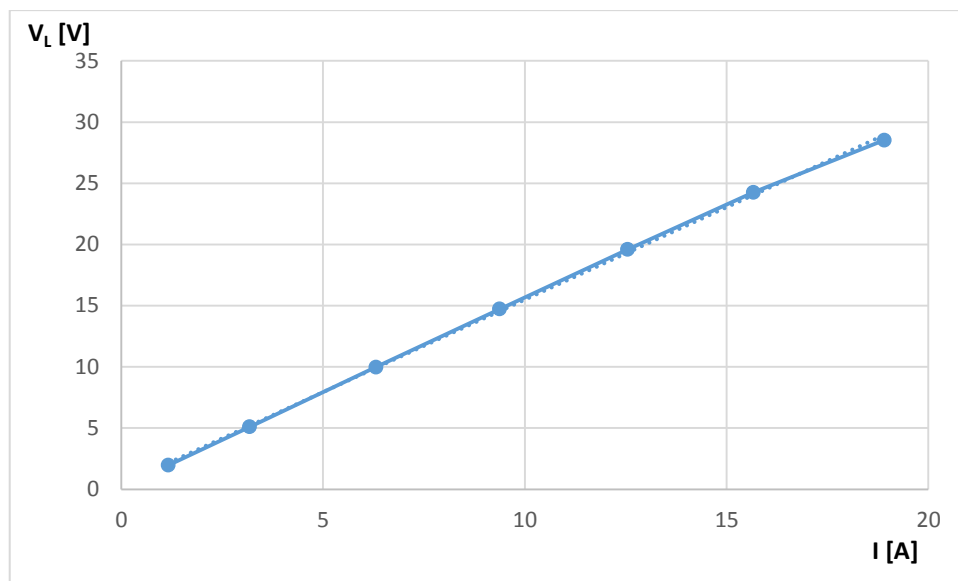


Fig.9.2.3. Tensione sulla colonna centrale di  $L_1$  in funzione della corrente

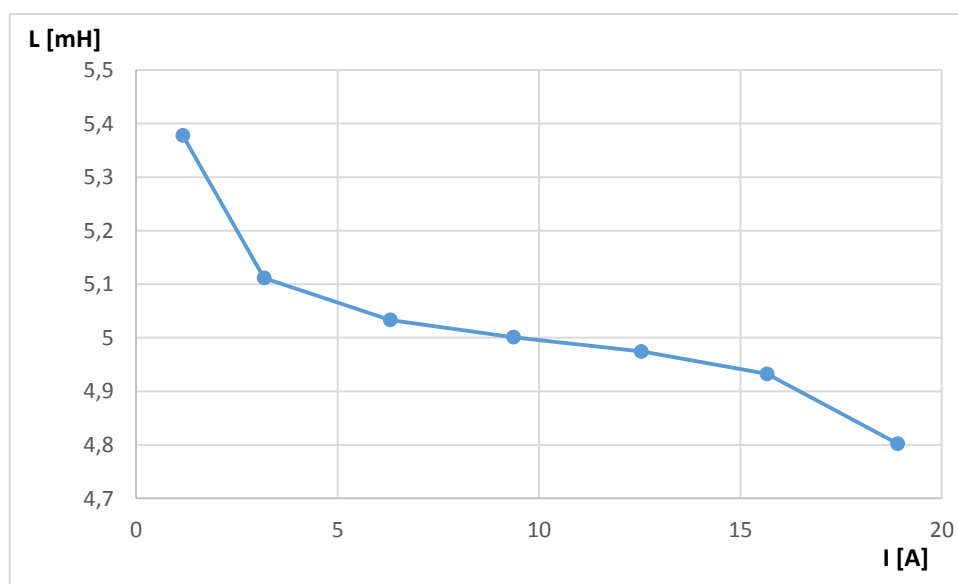


Fig.9.2.4. Avvolgimento centrale di  $L_1$  in funzione della corrente

-Avvolgimento destro

$I_p$ [A]	$V_r$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$I_{eff}$ [A]	$V_L$ [V]	$X_L$ [ $\Omega$ ]	$L$ [mH]
1	0,0129	0,107	1,20560748	1,875	1,55523256	4,95297
3	0,035	0,107	3,27102804	4,87	1,48882857	4,741492
6	0,0686	0,107	6,41121495	9,43	1,47086006	4,684268
9	0,1019	0,107	9,52336449	13,9	1,4595682	4,648306
12	0,1367	0,107	12,7757009	18,51	1,44884418	4,614153
15	0,1706	0,107	15,9439252	22,9	1,4362837	4,574152
18	0,2048	0,107	19,1401869	27,03	1,41221191	4,49749

Tab.9.2.3. Valori di induttanza al variare del modulo della corrente

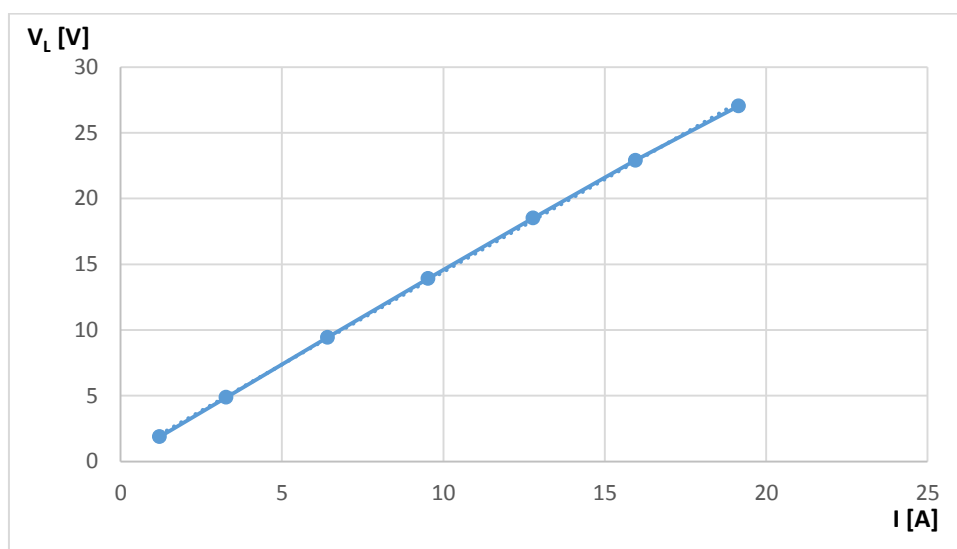


Fig.9.2.5. Tensione sulla colonna destra di  $L_1$  in funzione della corrente



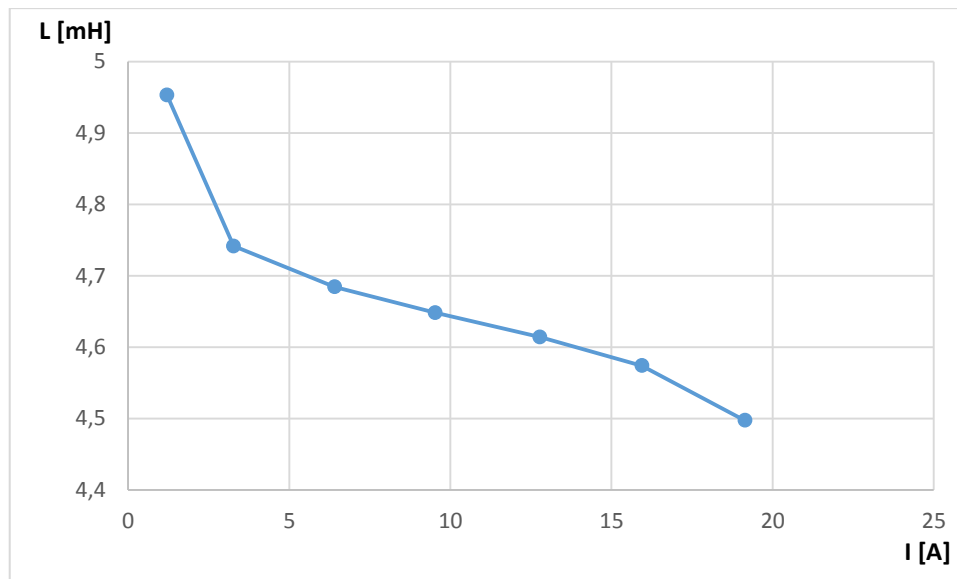


Fig.9.2.6. Avvolgimento destro di  $L_1$  in funzione della corrente

Come si può desumere dai grafici precedenti, il fenomeno della saturazione non è così evidente nonostante i valori di induttanza tendano a diminuire oltre il 5% del valore nominale (limite minimo per cui si considera che la saturazione sta iniziando).

### 9.3. Misure svolte sull'induttanza $L_1$ nel laboratorio universitario

Viene inserito anche questo paragrafo nella stesura della tesi perché nel laboratorio dell'azienda presso cui si è svolto lo stage non è stato possibile ottenere elevati valori di corrente, per i quali si definisse un'evidente saturazione dell'induttanza, e non è stato inoltre possibile graficare un vero e proprio ciclo d'isteresi. Inoltre, i valori di induttanza riportati nel paragrafo 9.1.1 non tengono conto del contributo delle componenti armoniche in rete, visto che i valori efficaci rilevati dai multimetri non prelevano il valore efficace della fondamentale, bensì il valore efficace complessivo della grandezza in ingresso.

A questo punto, sfruttando il programma MATLAB, che verrà fornito e descritto qui di seguito, è stato possibile plottare sullo schermo del computer tutti i segnali prelevati in uscita dall'oscilloscopio digitale adoperato per le misure. Per le misure è stato adottato un VARIAC per regolare la tensione in ingresso.

## -Programma MATLAB

```
%[RD,WSI,WHI,ED1,ED2,ID1,ID2,TB1,TB2,WUS,WCI,CB,x]=lesiTDS5000('imp000_Ch  
1.wfm')
```

```
nome='reattore000' %nome del file  
[V1] = lesiTDS5000([nome '_Ch1.wfm']);  
ur = V1.value; %tensione sull'induttanza  
t=V1.time; %periodo  
lor=length(ur); %lunghezza della registrazione  
ts=t(2)-t(1); %tempo di campionamento  
ur_rms=sqrt(mean(ur.^2)) %valore efficace di ur
```

```
% [V1] = lesiTDS5000([nome '_Ch3.wfm']);  
% cr =V1.value;  
[V1] = lesiTDS5000([nome '_Ch3.wfm']);  
cr =V1.value/1; %corrente attraverso l'induttore  
zero_cr=mean(cr);  
cr=cr-zero_cr;  
cr_rms=sqrt(mean(cr.^2)) %valore efficace della corrente
```

```
%calcolo del flusso  
zero_ur=mean(ur);  
flusso=cumsum(ur-zero_ur)*ts; %flusso ricavato  
zero_fl=mean(flusso);  
flusso=flusso-zero_fl;
```

```
figure(1)  
plot(t,flusso) %grafico flusso in funzione del tempo  
xlabel('Tempo (s)')  
ylabel('Flusso (Wb)')
```

```
figure(2)  
plot(cr,flusso) %grafico isteresi magnetica  
xlabel('Corrente (A)')  
ylabel('Flusso (Wb)')
```

```
grid
```

```

T=lor*ts;
df=1/T;
f=(0:lor-1)*df;                                %definizione della frequenza

y=fft(ur)/lor*sqrt(2);                          %fft della tensione ur
y1=fft(cr)/lor*sqrt(2);                         %fft della corrente cr

figure(3)
semilogy(f,abs(y),'r')                        %spettro armonico di ur
xlabel('Frequenza (Hz)')
ylabel('Coefficienti Cn')
hold on
semilogy(f,abs(y1),'r')                      %spettro armonico di cr
hold off

```

Tramite il sotto programma “lesiTDS5000” si riescono a inserire i segnali prelevati in uscita dall’oscilloscopio in MATLAB, affinché questi vengano riprodotti e si possa lavorare sul segnale per conoscerne le componenti (i file sono denominati con la sigla “reattoreXXX”). Infatti, dopo aver definito i tempi di misurazione e i valori efficaci di tensione e corrente, è possibile ricavare il flusso, dato dall’integrale della tensione sull’induttanza. Questo è utile per riuscire poi a rappresentare graficamente tale flusso in funzione della corrente e quindi a ottenere l’isteresi magnetica. Inoltre viene implementata la Fft, trasformata veloce di Fourier, che fornisce risultati quasi uguali a quelli ottenuti se si fosse adoperata una Dft, trasformata discreta di Fourier; ci si è avvalsi di questo metodo per riuscire a capire il contenuto armonico del segnale in ingresso di tensione.

Qui sotto vengono analizzate tre diverse condizioni di alimentazione per mostrare il comportamento del ciclo d’isteresi all’aumentare del valore efficace della corrente.

1) Misura svolta con 17,45 V efficaci che definiscono una corrente attraverso l’induttore di 4,56 A efficaci. Visto che la corrente impressa ha valore efficace molto basso, l’isteresi magnetica o, più propriamente in questo caso, la funzione  $\Phi(I)$ , flusso in funzione della corrente, presenta un andamento lineare. Effettivamente per tale valore efficace di corrente, ci si può aspettare di essere ancora in regime lineare. Dallo spettro armonico si può ricavare il  $THD_V$ , semplicemente prendendo i valori efficaci di armonica più di rilievo, sommandoli e svolgendo poi la radice quadrata di tale somma. Il tutto, diviso per il valore

efficace della fondamentale, fornisce la distorsione armonica. In questo caso, con una 5<sup>a</sup> armonica di valore efficace pari 0,50 V e una fondamentale di 17,44 V, trascurando le altre componenti, si ottiene un  $THD_V$ :

$$THD_V\% = \frac{0,5066}{17,44} \cdot 100 = 2,9\% \quad (9.3.1)$$

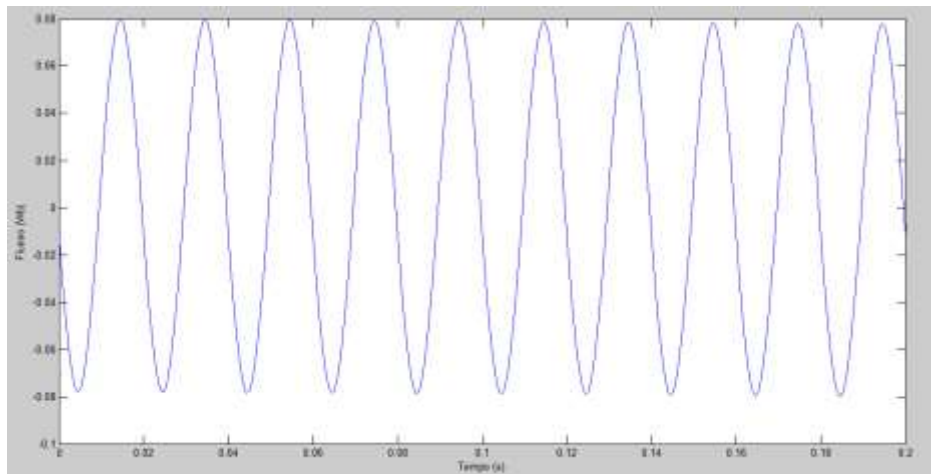


Fig.9.3.1. Flusso in funzione del tempo

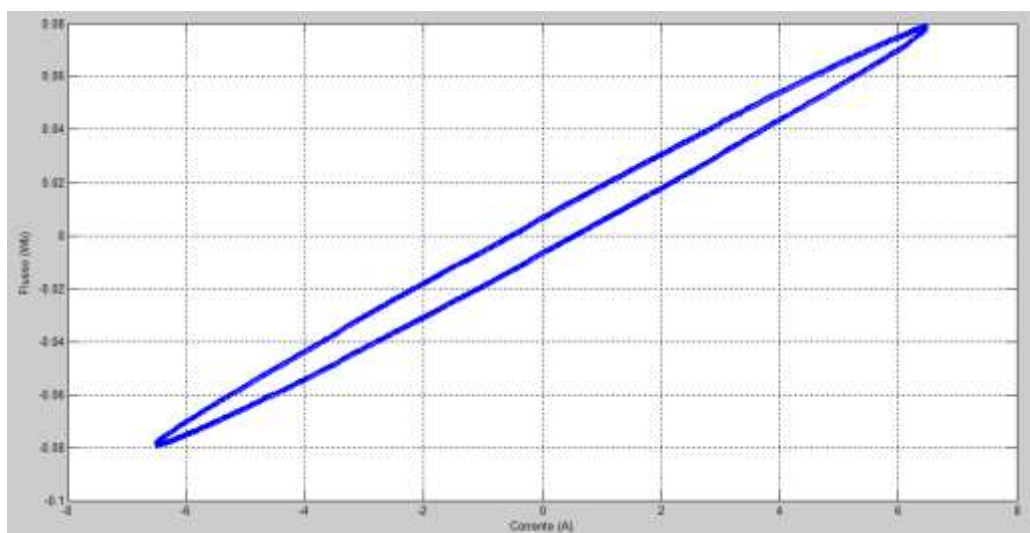


Fig.9.3.2. Isteresi magnetica

Si può ricavare il valore d'induttanza relativo ai valori efficaci delle fondamentali di tensione,  $U_{rms1}$ , e corrente,  $C_{rms1}$ , prelevati dallo spettro di fig.9.3.3, facendo:

$$\frac{U_{rrms1}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot C_{rrms1}} = \frac{17,44}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4,568} = 12,2 \text{ mH} \quad (9.3.2)$$

E' utile ricavare inoltre il  $THD_I\%$  conoscendo il valore efficace della 5<sup>a</sup> armonica, 0,031A:

$$THD_I\% = \frac{0,031}{4,568} \cdot 100 = 0,68\% \quad (9.3.3)$$

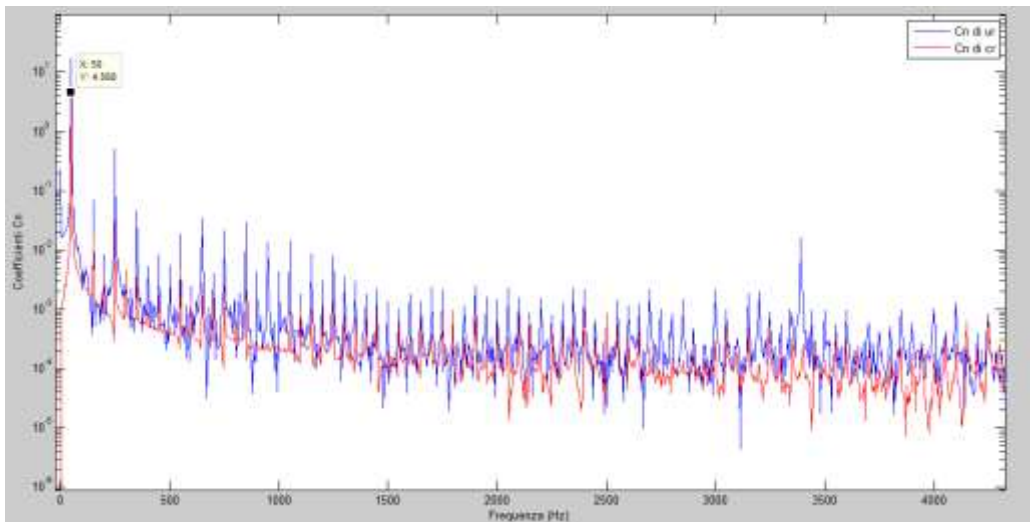


Fig.9.3.3. Spettro armonico al variare della frequenza

2) In questo secondo caso la tensione sull'induttanza, valore efficace, è pari a 49,1032 V e la corrente che percorre gli avvolgimenti è uguale a 13,0780 A efficaci. E' possibile osservare dalla figura 9.3.5 che l'isteresi sta iniziando la saturazione. Anche in questa condizione è possibile valutare il  $THD_V$ , mantenendo sempre le stesse condizioni di prima e sapendo che la 5<sup>a</sup> armonica ha valore efficace pari a 1,446 V. Quindi:

$$THD_V\% = \frac{1,361}{49,08} \cdot 100 = 2,77\% \quad (9.3.4)$$

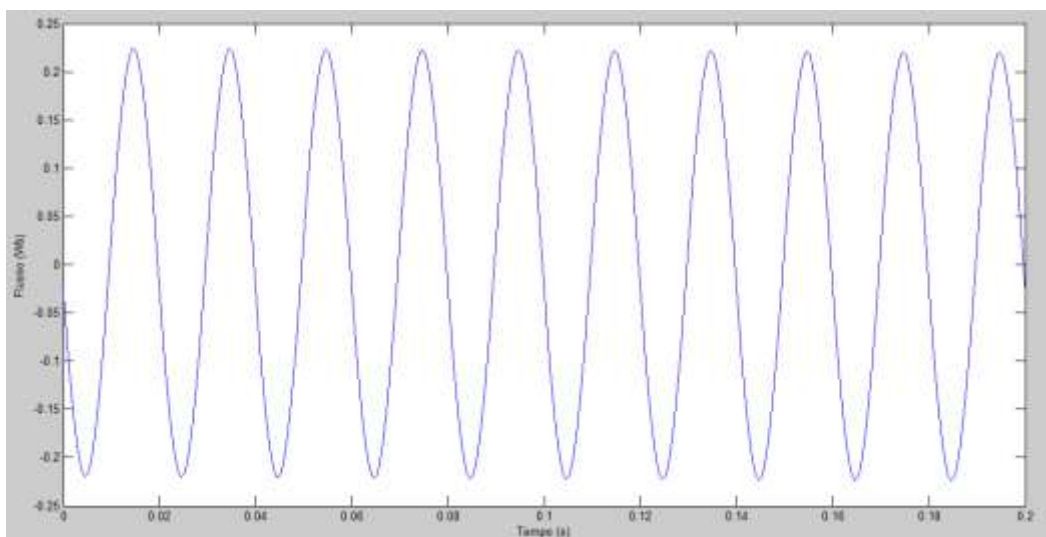


Fig.9.3.4. Flusso in funzione del tempo

Come è avvenuto per il caso precedente, si ricava ora il valore di induttanza effettiva:

$$\frac{U_{rrms1}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot C_{rrms1}} = \frac{49,08}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 13,08} = 11,9 \text{ mH} \quad (9.3.5)$$

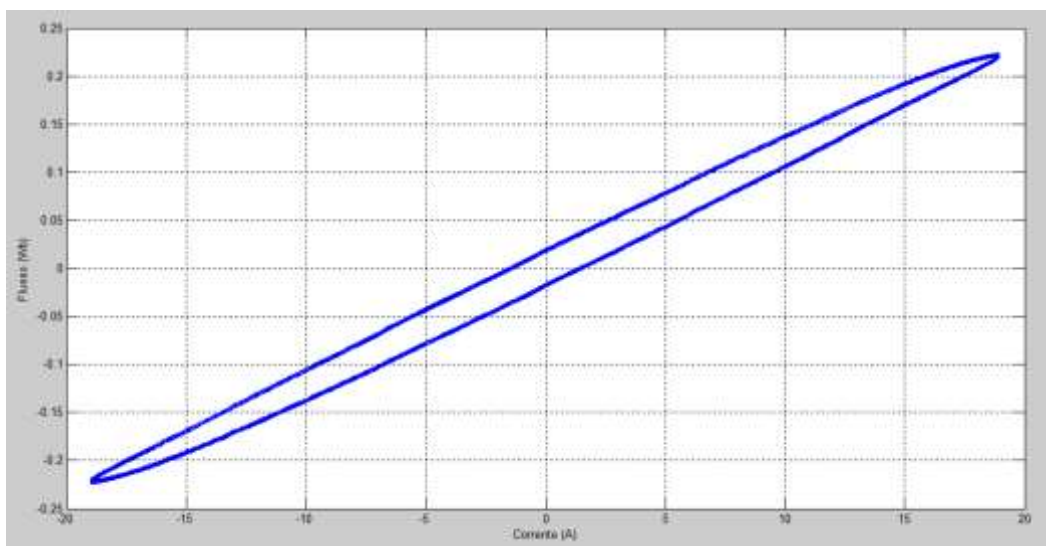


Fig.9.3.5. Isteresi magnetica

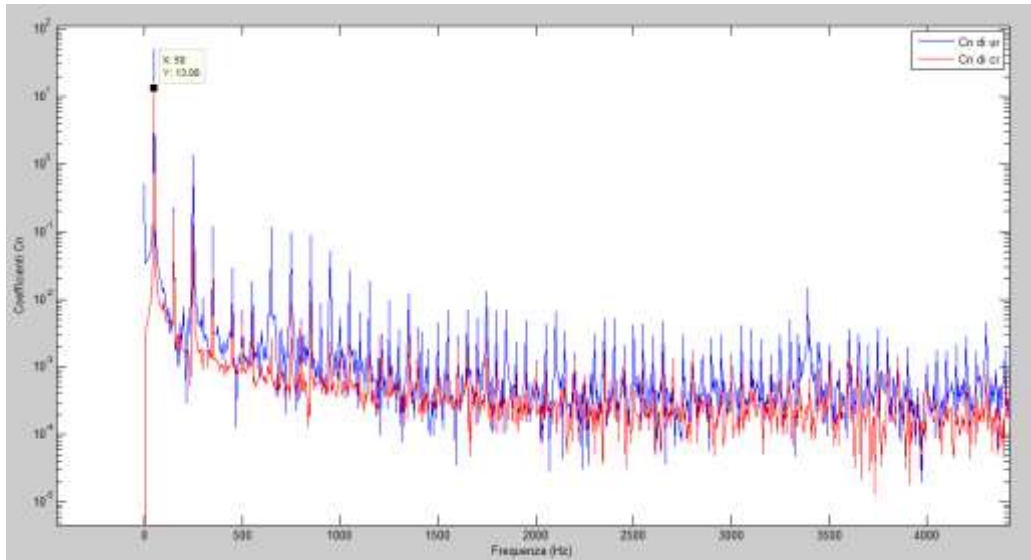


Fig.9.3.6. Spettro armonico al variare della frequenza

Il  $THD_I$  è fornito dalla formula 9.3.6, tenendo conto che è presente una terza armonica in corrente con valore efficace pari a 0,1863 A e una quinta armonica, sempre in corrente, di 0,1322 a efficaci.

$$THD_I \% = \frac{0,2284}{13,08} \cdot 100 = 1,75\% \quad (9.3.6)$$

3) Nell'ultimo caso viene applicata ai morsetti dell'induttanza una tensione di 67,9782 V efficaci per ottenere una corrente di 22,0985 A, sempre efficaci. A questo punto è possibile notare come l'induttanza sia saturata, figura 9.3.8, raggiungendo il valore di picco di 0,3 Wb. Ora si può valutare, sempre grazie allo spettro armonico, il valore del  $THD_V$ :

$$THD_V \% = \frac{2,351}{67,92} \cdot 100 = 3,46\% \quad (9.3.7)$$

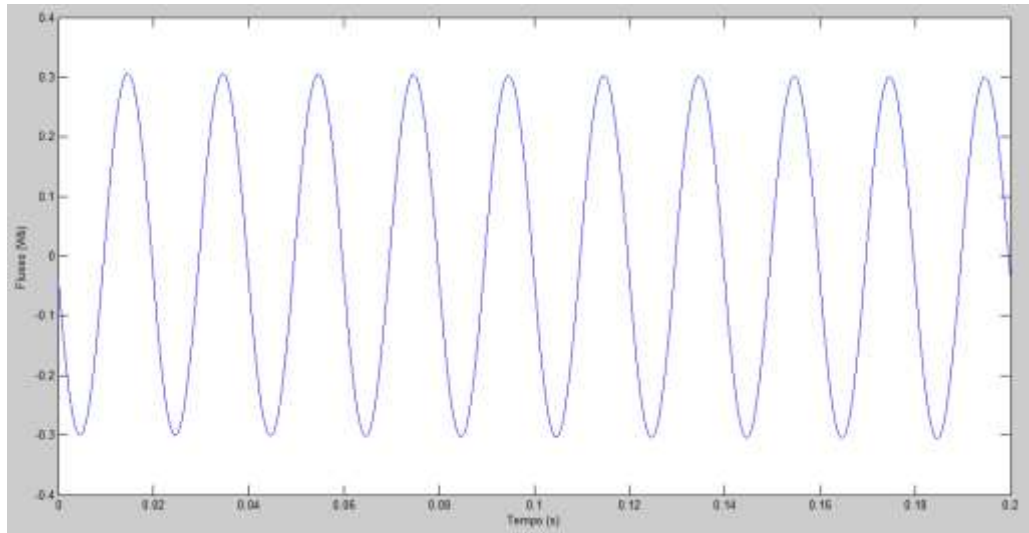


Fig.9.3.7. Flusso in funzione del tempo

Nuovamente si può ricavare il valore dell'induttanza, calcolata sempre a 50 Hz, grazie alle componenti ottenute dallo spettro sottostante. Perciò:

$$\frac{U_{rrms1}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot C_{rrms1}} = \frac{67,92}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 21,97} = 9,8 \text{ mH} \quad (9.3.8)$$

In questo caso, dallo spettro armonico, si osserva la presenza di una 3<sup>a</sup> armonica in corrente di valore efficace pari a 2,197 A, una 5<sup>a</sup> armonica di 0,9778 A efficaci e una 7<sup>a</sup> armonica con valore efficace uguale a 0,1877 A. Ora, sommando i quadrati dei tre precedenti valori efficaci e svolgendo poi la radice quadrata, si giunge a:

$$THD_I \% = \frac{2,4121}{21,97} \cdot 100 = 10,98\% \quad (9.3.9)$$



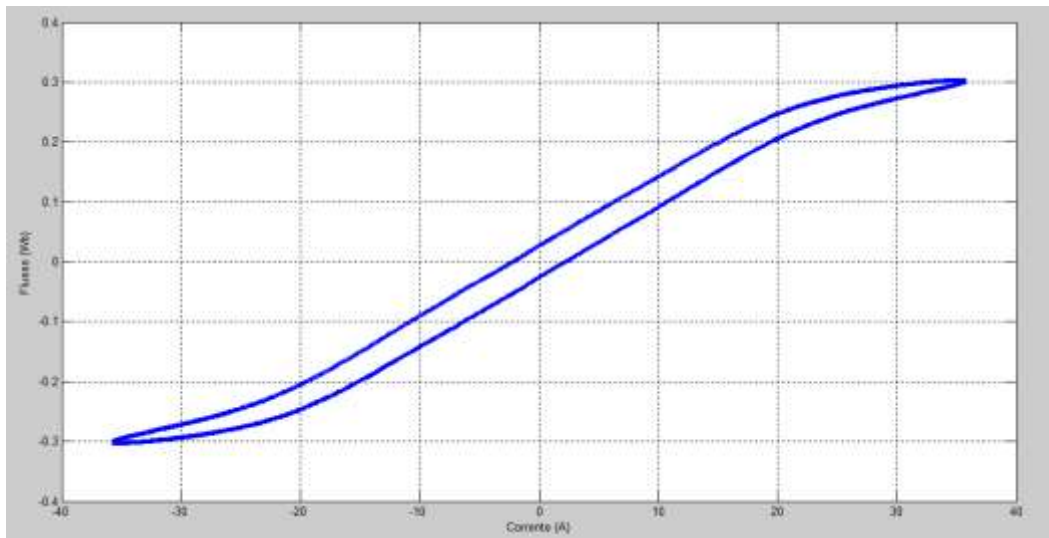


Fig.9.3.8. Isteresi magnetica

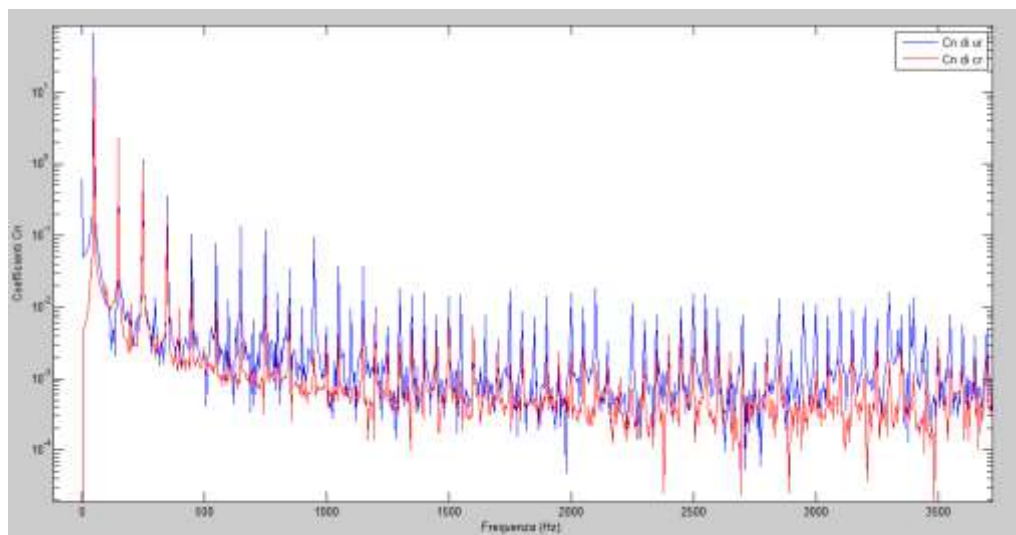


Fig.9.3.9. Spettro armonico al variare della frequenza

Come conclusione si desume che la variazione di induttanza per un incremento di corrente uguale a 4,84 volte quella iniziale è pari a:

$$decremento\% = 1 - \frac{L_{fin}}{L_{in}} = 1 - \frac{9,8}{12,2} = 0,2 = 20\% \quad (9.3.10)$$



## **CAPITOLO 10 –**

### **MISURE SVOLTE SUL FILTRO ANTI-RISONANZA ALLE FREQUENZE ARMONICHE**

#### **10.1. Comportamento delle grandezze fisiche in presenza di armoniche di corrente**

In questo capitolo verrà descritto il comportamento dell'induttanza e delle grandezze fisiche ad essa associata in presenza di armoniche di tensione in rete. Visto che non è stato possibile reperire delle misure già svolte, è stato adoperato un generatore monofase di armoniche di tensione presente nel laboratorio del dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Padova. Non è stato possibile svolgere una misura a tensione efficace pari a 400 V perché il limite massimo di tensione, applicabile ai capi del filtro col generatore, era pari a 230 V efficaci. La sua rappresentazione e quella relativa all'oscilloscopio adoperato sono riportate, rispettivamente, in figura 10.1.1 e 10.1.2.

La normativa (EN 50160) impone che la distorsione massima di tensione in rete, per la 5<sup>a</sup> armonica, sia del 6% del valore efficace della tensione totale, mentre la distorsione totale ammessa, comprensiva di tutti gli ordini armonici (fino alla 50<sup>a</sup> armonica), deve tenersi al di sotto dell'8%. Quindi le misure si sono svolte rispettando il suddetto vincolo, eccetto un unico caso in cui si è ipotizzata una distorsione massima di 5<sup>a</sup> armonica dell'8% del valore efficace della tensione di rete, cosa che comunque risulta del tutto eccezionale e che si dovrebbe evitare.

Dopo aver svolto le misure tramite un oscilloscopio digitale, queste ultime sono state trasferite nel programma MATLAB come segnali di ingresso e sono stati “plottati” i relativi grafici in funzione del tempo. Subito di seguito è stata svolta la trasformata veloce di Fourier (Fft) per definire lo spettro armonico dei sopra citati segnali, in maniera tale da avere un riscontro grafico del fatto che l'ordine delle armoniche di tensione in ingresso rispettasse i limiti da noi imposti e non vi fossero ulteriori componenti di ordine differente. Un'ulteriore premura è stata quella di raffigurare il ciclo d'isteresi relativo al nucleo magnetico dell'induttanza del filtro. Questo è servito per accertare che, vista la variazione dell'impedenza del filtro in presenza di distorsione di corrente e visto il conseguente incremento di corrente, l'induttanza non satura appunto perché non risente drasticamente della variazione di corrente.

Lo scopo che si voleva raggiungere era quello di osservare se la variazione di induttanza, dovuta alla saturazione, fosse in grado di generare un fenomeno di de-tuning sulla

frequenza di accordo con la rete, cosa che avrebbe creato non pochi problemi al condensatore costretto ad assorbire un valore efficace di corrente per il quale non era stato dimensionato.

Nel seguito di questa pagina viene riportata la tabella definita dalla normativa (EN 50160) per il rispetto delle armoniche di tensione in rete.

Armoniche dispari				Armoniche pari	
Non multiple di 3		Multiple di 3			
Ordine h	Ampiezza relativa $u_h$	Ordine h	Ampiezza relativa $u_h$	Ordine h	Ampiezza relativa $u_h$
5	6,0 %	3	5,0 %	2	2,0 %
7	5,0 %	9	1,5 %	4	1,0 %
11	3,5 %	15	0,5 %	6 ... 24	0,5 %
13	3,0 %	21	0,5 %		
17	2,0 %				
19	1,5 %				
23	1,5 %				
25	1,5 %				

NOTA I valori corrispondenti alle armoniche di ordine superiore a 25 non sono indicati in questa tabella poiché essi sono generalmente piccoli ma imprevedibili a causa degli effetti di risonanza.

Tab.10.1.1. Valori massimi di armoniche pari e dispari di tensione, presenti in rete, previsti dalla normativa EN 50160.



Fig.10.1.1. Generatore monofase di armoniche di tensione

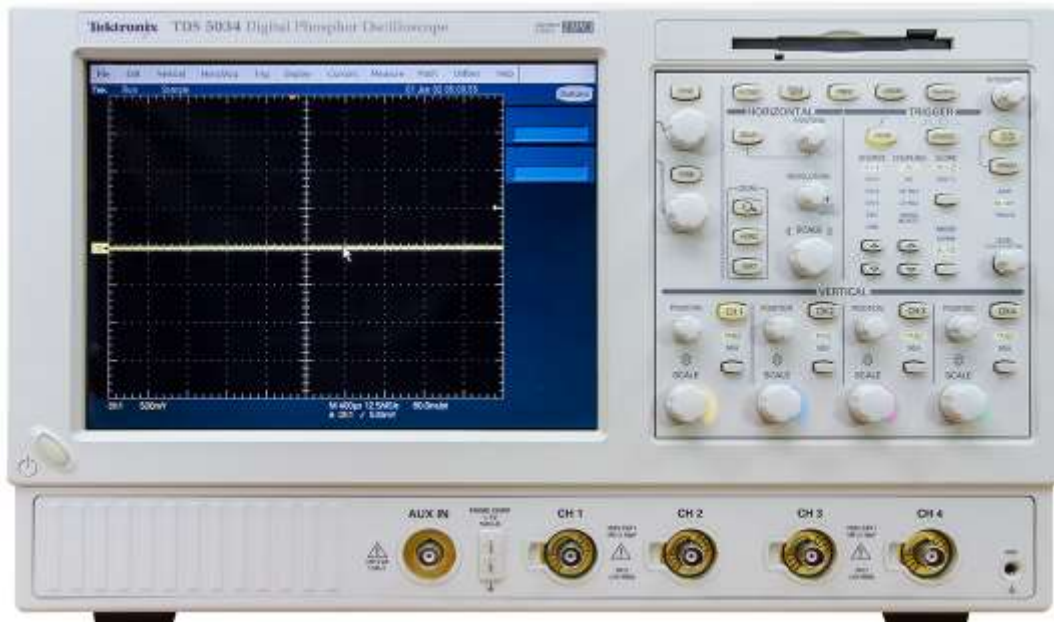


Fig.10.1.2. Oscilloscopio della Tektronix adoperato durante le misure

Si illustrano nel seguito gli effettivi valori di dimensionamento del filtro accordato a 189 Hz. Perciò, inserendo il valore della frequenza di accordo a 189 Hz, cioè  $p=7\%$ , nella (5.4.3.5) si ottiene:

$$X_L = \frac{X_C}{14,29} = 0,07 \cdot X_C \quad (10.1.1)$$

$$\bar{V} = j(0,07 \cdot X_C) \cdot \bar{I} - jX_C \cdot \bar{I} = -j0,93 \cdot X_C \cdot \bar{I} \quad (10.1.2)$$

cioè,

$$\bar{V}_C = -jX_C \cdot \bar{I} = \frac{\bar{V}}{0,93} \approx 1,075 \cdot \bar{V} \quad (10.1.3)$$

$$\bar{V}_L = j0,07 \cdot X_C \cdot \bar{I} = -0,07 \cdot \bar{V}_C = -0,075 \cdot \bar{V} \quad (10.1.4)$$

Definiamo adesso i passaggi matematici che dimostrano la variazione di impedenza dovuta al variare del valore efficace delle armoniche di corrente presenti nel filtro; lo scopo di

questa dimostrazione è atto a definire i passaggi riportati nel capitolo 8 dal punto di vista monofase, visto che alla fine le misure svolte si sono limitate allo studio di uno schema monofase equivalente LC. Si ricorda che nei seguenti passaggi e nelle misure svolte è stata trascurata la resistenza dell'avvolgimento in rame; le dovute considerazioni a riguardo verranno trascritte nell'ultimo paragrafo di questo capitolo. Nella seguente dimostrazione vengono utilizzati i valori di induttanza e capacità presenti nel filtro, ossia, rispettivamente, 12,8 mH e 60  $\mu$ F. Viene definita l'impedenza serie  $Z_s$  del filtro nel seguente modo:

$$\dot{Z}_s = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C} \quad (10.1.5)$$

$$|\dot{Z}_s| = \frac{1-\omega^2 LC}{\omega C} \quad (10.1.6)$$

Definendo ora come  $Z_{50}$  l'impedenza a 50 Hz e come  $Z_{250}$  la l'impedenza a 250 Hz relativa alla 5<sup>a</sup> armonica, i relativi valori calcolati sulla L e C testè definite sono:

$$|\dot{Z}_{50}| = 49 \, \Omega \quad (10.1.7)$$

$$|\dot{Z}_{250}| = 9,5 \, \Omega \quad (10.1.8)$$

e

$$\frac{|\dot{Z}_{50}|}{|\dot{Z}_{250}|} = 5,56 \quad (10.1.9)$$

Ora si passa al calcolo delle relative correnti; con  $V_1$  si indica il valore efficace della fondamentale di tensione applicata al filtro, con “r” (uguale a 0,1) il rapporto tra valore efficace della tensione di 5<sup>a</sup> armonica,  $V_5$ , e la  $V_1$  e, infine, con  $I_1$  il valore efficace della fondamentale di corrente e  $I_5$  il valore efficace della corrente di 5<sup>a</sup> armonica; quindi:

$$I_1 = \frac{V_1}{|\dot{Z}_{50}|} \quad (10.1.10)$$

$$I_5 = \frac{V_5}{|\dot{Z}_{250}|} = \frac{rV_1}{|\dot{Z}_{50}|} \cdot 5,56 = rI_1 \cdot 5,56 \quad (10.1.11)$$

Infine viene introdotto il valore efficace della corrente complessiva che scorre nel filtro,  $I$ , definito come:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_5^2} = I_1 \cdot \sqrt{1 + (5,56 \cdot r)^2} = I_1 \cdot \sqrt{1 + 0,31} = 1,14 \cdot I_1 \quad (10.1.12)$$

Il  $THD_I\%$ , cioè la distorsione armonica in corrente totale, viene calcolato nel seguente modo:

$$THD_I\% = \frac{I_5}{I_1} = \frac{rI_1 \cdot 5,56}{I_1} = 0,1 \cdot 5,56 = 0,556 = 55,6\% \quad (10.1.13)$$

avendo supposto un  $THD_V\%$  del 10%, infatti  $r$  è uguale a 0,1.

Il  $THD_I\%$ , in presenza di ulteriori correnti armoniche, può essere calcolato aggiungendo i valori efficaci delle suddette correnti al valore efficace della fondamentale, com'è stato eseguito nei precedenti passaggi.

## 10.2. Misure svolte, implementate tramite MATLAB

Ora viene riportato il programma MATLAB implementato per definire le curve delle grandezze fisiche che sono state citate nei calcoli precedenti. Sempre avvalendosi del sotto programma “lesiTDS5000”, si prelevano i segnali in uscita dall'oscilloscopio a partire dai canali Ch1, Ch2 e Ch3. Essi sono, rispettivamente, i canali di prelievo dei segnali  $U_{in}$ , tensione sul filtro,  $U_r$ , tensione sull'induttanza, e  $C_r$ , corrente che attraversa il filtro, in uscita dall'oscilloscopio. Si ricorda che, nella rappresentazione delle grandezze fisiche in funzione del tempo, la tensione sull'induttanza viene raffigurata in blu, quella in ingresso in rosso, mentre la corrente è rappresentata in verde. Inserito il file “reattoreXXX” è possibile graficare le diverse grandezze ricavate dall'oscilloscopio, ricavare lo spettro armonico dei singoli segnali (tramite la funzione Fft) e, infine, riprodurre un ciclo d'isteresi magnetica per chiarire, graficamente, se l'induttanza stia saturando.

N.B. La Fft è rappresentata in scala logaritmica

### -Procedimento MATLAB

```
%[RD,WSI,WHI,ED1,ED2,ID1,ID2,TB1,TB2,WUS,WCI,CB,x]=lesiTDS5000('imp000_Ch
1.wfm')

nome='reattoreXXX' %nome del file
[V1] = lesiTDS5000([nome '_Ch2.wfm']);
ur = V1.value; %tensione sull'induttanza
lor=length(ur); %lunghezza della registrazione
t=V1.time; %periodo
ts=t(2)-t(1); % periodo di campionamento

ur_rms=sqrt(mean(ur.^2)) %valore efficace di ur

[V1] = lesiTDS5000([nome '_Ch1.wfm']);
uin =V1.value; %tensione di rete
uin_rms=sqrt(mean(uin.^2)) %valore efficace di uin

uc=uin-ur; % tensione sul condensatore

[V1] = lesiTDS5000([nome '_Ch3.wfm']);
cr =V1.value; %corrente nel filtro
zero_cr=mean(cr);
cr=cr-zero_cr;
cr_rms=sqrt(mean(cr.^2)) %valore efficace di cr

figure(1)
plot(t,ur)
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Tensione sull induttore')
hold on
plot(t,uin,'r') %grafico di uin in funzione di t
hold off

figure(2)
plot(t,cr,'g') %grafico di cr in funzione di t
```



```

xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Corrente nel filtro (A)')

Uin=fft(uin)/lor*sqrt(2); %trasformata di Fourier di uin
Ur=fft(ur)/lor*sqrt(2); %trasformata di Fourier di ur
Uc=fft(uc)/lor*sqrt(2); %trasformata di Fourier di uc
Cr=fft(cr)/lor*sqrt(2); %trasformata di Fourier di cr

T=lor*(ts);
df=1/T;
f=(0:lor-1)*df; %frequenza

figure(3)
semilogy(f,abs(Ur)) %spettro armonico di ur
xlabel('Frequenza (Hz)')
ylabel('Coefficienti Cn')
hold on
semilogy(f,abs(Cr),'g') %spettro armonico di cr
hold off

zero_ur=mean(ur);
flusso=cumsum(ur-zero_ur)*ts; %calcolo del flusso
zero_fl=mean(flusso);
flusso=flusso-zero_fl;

figure(4)
plot(cr,flusso) %isteresi magnetica
xlabel('Corrente (A)')
ylabel('Flusso (Wb)')
grid

```

I grafici riportati qui di seguito sono riferiti solo ad alcune misure svolte, quelle che possono essere ritenute più importanti.

Dai seguenti grafici si può desumere il comportamento della tensione e della corrente dell'induttanza; le distribuzioni spettrali della tensione e della corrente dell'induttore risultano di fondamentale importanza perché, grazie a queste, si possono ricavare facilmente, evitando conti matematici, i valori efficaci delle rispettive fondamentali. In tale modo è possibile ricavare il valore della reattanza induttiva a 50 Hz e, perciò,

dell'induttanza del filtro per osservare l'effettiva variazione in termini di mH. Se questa variazione è consistente, allora significa che l'induttanza è effettivamente saturata; un ulteriore riscontro viene fornito dalla curva del ciclo d'isteresi in cui, se l'induttanza è giunta a saturazione, essa varia la propria pendenza. Al termine di ogni misura vengono forniti i valori efficaci di tensione e correnti fondamentali per ricavare l'effettivo valore di induttanza.

-Calcolo svolto con 2,5% di 5<sup>a</sup> armonica.

Il valore efficace della fondamentale di tensione sull'induttore è 18,83 V, mentre quello della corrente è 4,911 A. Quindi l'induttanza vale 12,21 mH e perciò si ottiene una riduzione di induttanza rispetto al valore nominale, 12,8 mH, del 4,6%.

$$decremento\% = 1 - \frac{L_{fin}}{L_{in}} = 1 - \frac{12,21}{12,8} = 0,046 = 4,6 \quad (10.2.1)$$

Visto che il  $THD_V$  viene impostato da noi, possiamo andare a calcolare il conseguente  $THD_I\%$  generato:

$$THD_I\% = \frac{I_5}{I_1} = \frac{0,6792}{4,911} \cdot 100 = 13,83\% \quad (10.2.2)$$

Dove  $I_5$  e  $I_1$  sono i valori efficaci della 5<sup>a</sup> armonica e della fondamentale.

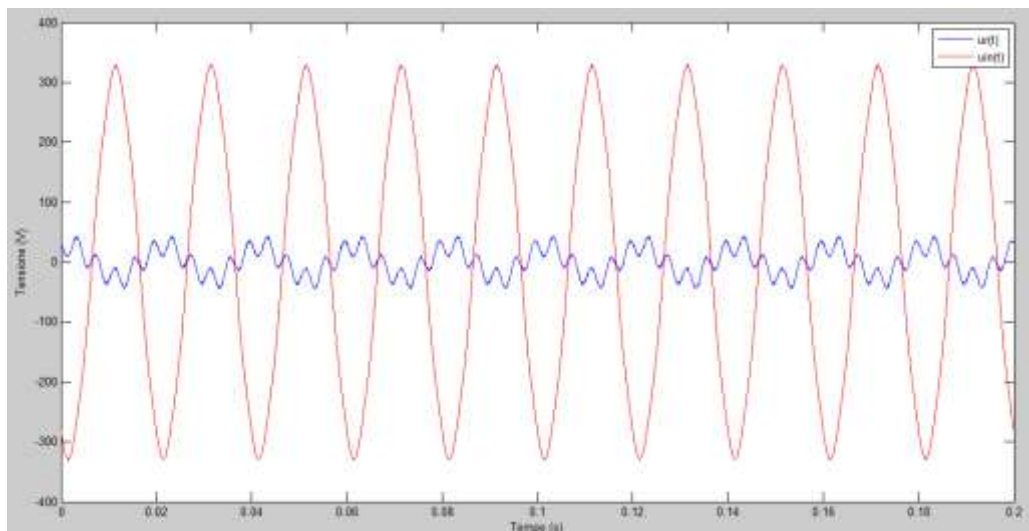


Fig.10.2.1. Tensione in ingresso e tensione sull'induttore in funzione del tempo

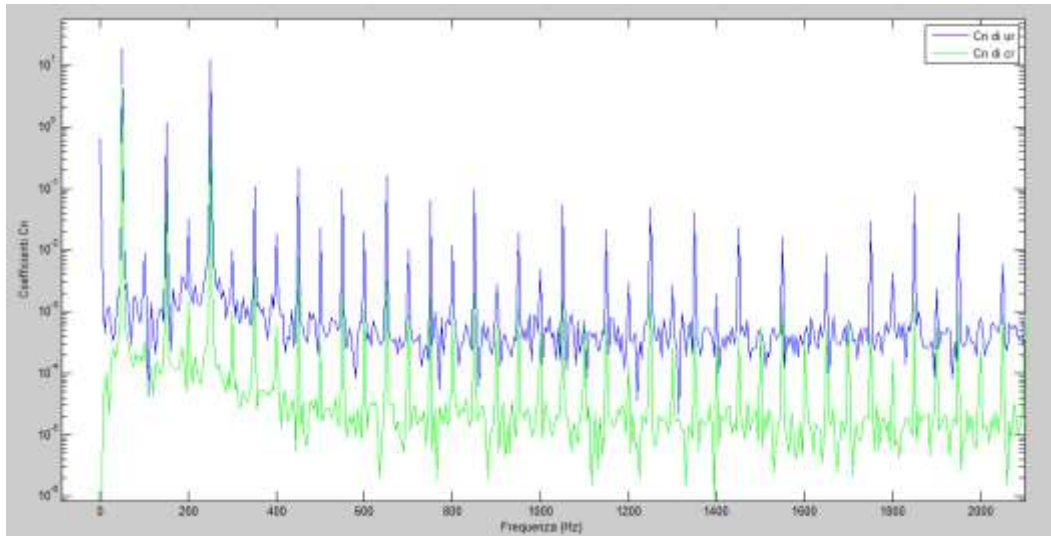


Fig.10.2.2. Spettro armonico di tensione sull'induttore e corrente nel filtro in funzione della frequenza

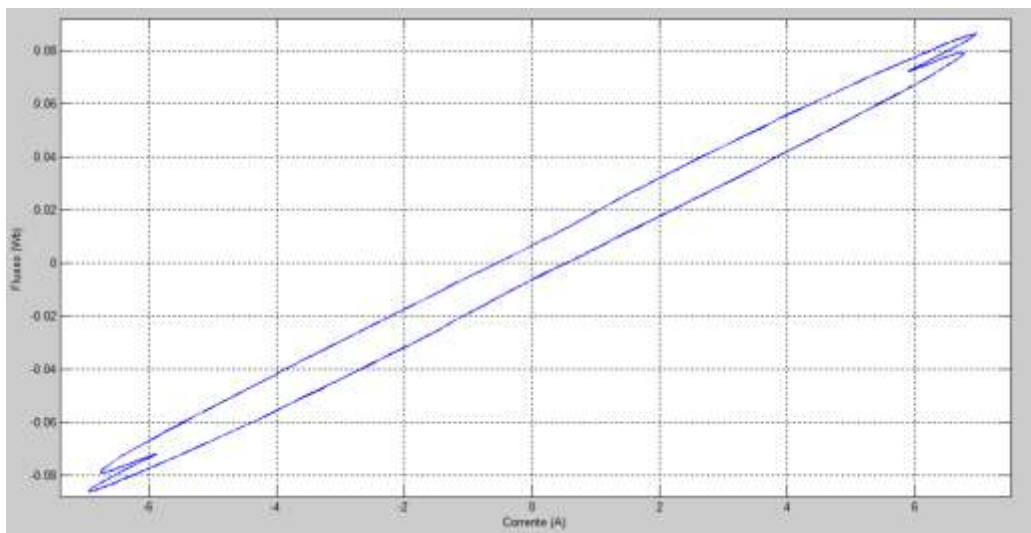


Fig.10.2.3. Ciclo d'isteresi relativo al nucleo magnetico che compone l'induttore

Con  $L = 12,21 \text{ mH}$ , la nuova frequenza di accordo è pari a 185,94 Hz. Applicando la formula (5.3.1.4) il conseguente de-tuning è pari a:

$$\delta = \frac{185,94 - 189}{189} = -0,0162$$

-Calcolo svolto con 5% di 5<sup>a</sup> armonica.

Anche in questo caso, per stimare il valore dell'induttanza, sfruttiamo la distribuzione armonica per ricavare il valore delle fondamentali di tensione e corrente dell'induttore. Il valore della fondamentale di tensione è 18,88 V, mentre il valore della fondamentale di corrente è 4,906 A. Il valore dell'induttanza equivale a 12,3 mH e perciò un decremento rispetto al valore nominale del 4,21%.

$$decremento\% = 1 - \frac{L_{fin}}{L_{in}} = 1 - \frac{12,3}{12,8} = 0,039 = 3,9\% \quad (10.2.3)$$

Avendo impostato il  $THD_V$ , possiamo andare a calcolare il conseguente  $THD_I\%$  generato:

$$THD_I\% = \frac{I_5}{I_1} = \frac{1,402}{4,907} \cdot 100 = 28,57\% \quad (10.2.4)$$

Dove  $I_5$  e  $I_1$  sono i valori efficaci della 5<sup>a</sup> armonica e della fondamentale.

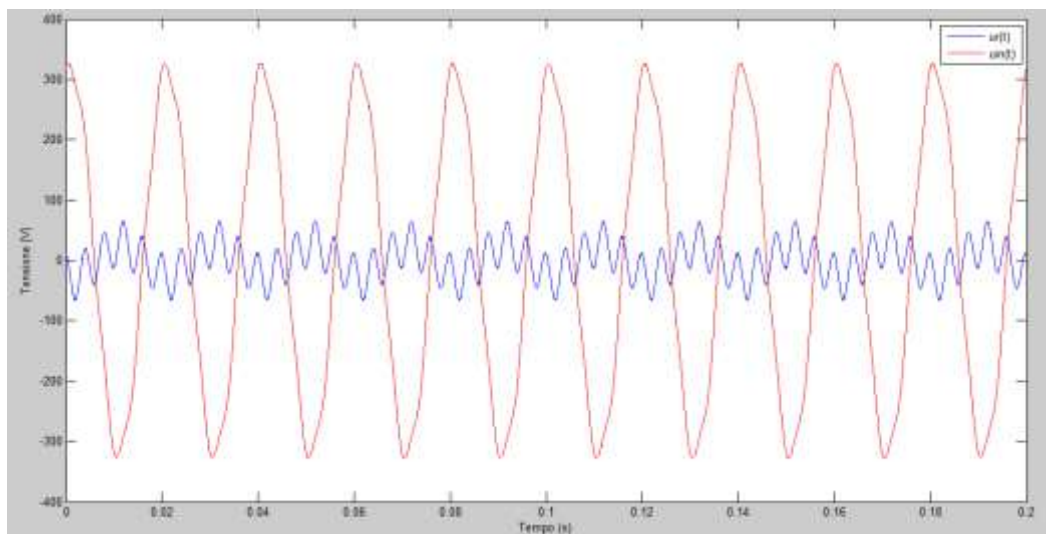


Fig.10.2.4. Tensione in ingresso e tensione sull'induttore in funzione del tempo (Il picco della tensione di rete, in rosso, è deformato per via del fatto che è stata applicata una distorsione di 5<sup>a</sup> armonica ma con fase 90°)

Anche in questo caso è possibile calcolare il de-tuning relativo, applicando sempre la formula (5.3.1.4); sapendo che la nuova frequenza di accordo è pari a 185,26 Hz, avendo

imposto  $L = 12,3 \text{ mH}$ , il de-tuning vale:

$$\delta = \frac{185,26 - 189}{189} = -0,0197$$

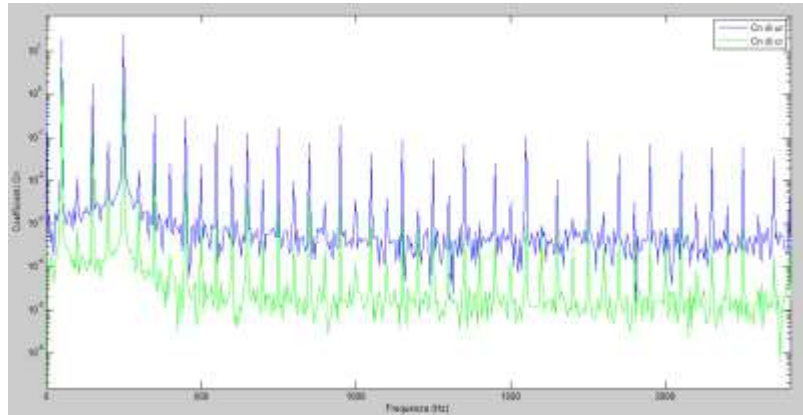


Fig.10.2.5. Spettro armonico di tensione sull'induttore e corrente nel filtro in funzione della frequenza

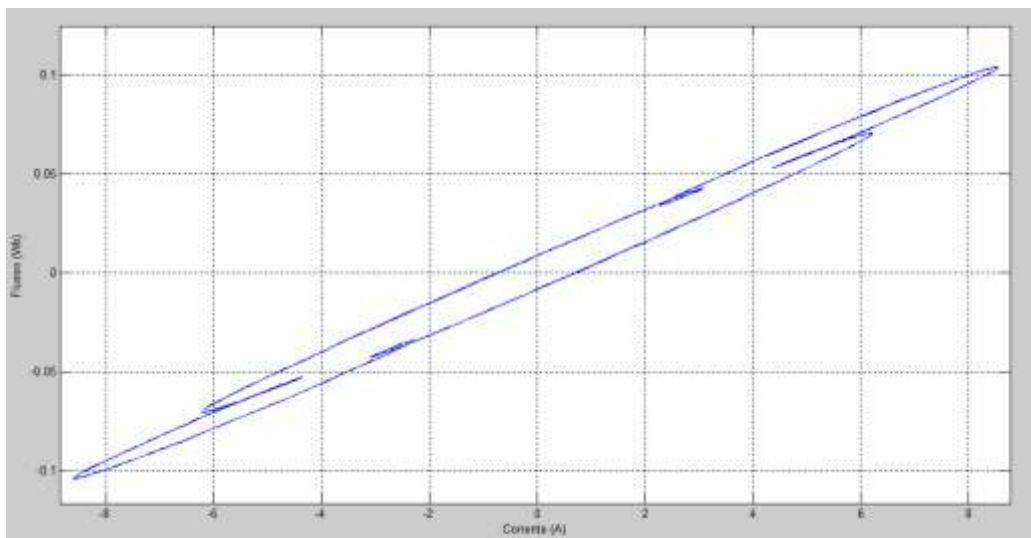


Fig.10.2.6. Ciclo d'isteresi relativo al nucleo magnetico che compone l'induttore

-Calcolo svolto con 5% di 5<sup>a</sup> e 5% di 7<sup>a</sup> armonica

Il valore efficace della fondamentale di tensione sull'induttore è 18,86 V, mentre quello della corrente è 4,9 A. Quindi l'induttanza vale 12,3 mH e perciò si ottiene una riduzione di induttanza rispetto al valore nominale, 12,8 mH, del 3,9%.

$$decremento\% = 1 - \frac{L_{fin}}{L_{in}} = 1 - \frac{12,3}{12,8} = 0,039 = 3,9\% \quad (10.2.5)$$

Anche in questo caso, avendo impostato il  $THD_V$ , possiamo andare a calcolare il conseguente  $THD_I\%$  generato:

$$THD_I\% = \frac{\sqrt{I_5^2 + I_7^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{1,35^2 + 0,67^2}}{4,9} \cdot 100 = 30,76\% \quad (10.2.6)$$

Dove  $I_5$  e  $I_1$  sono i valori efficaci della 5<sup>a</sup> armonica e della fondamentale.

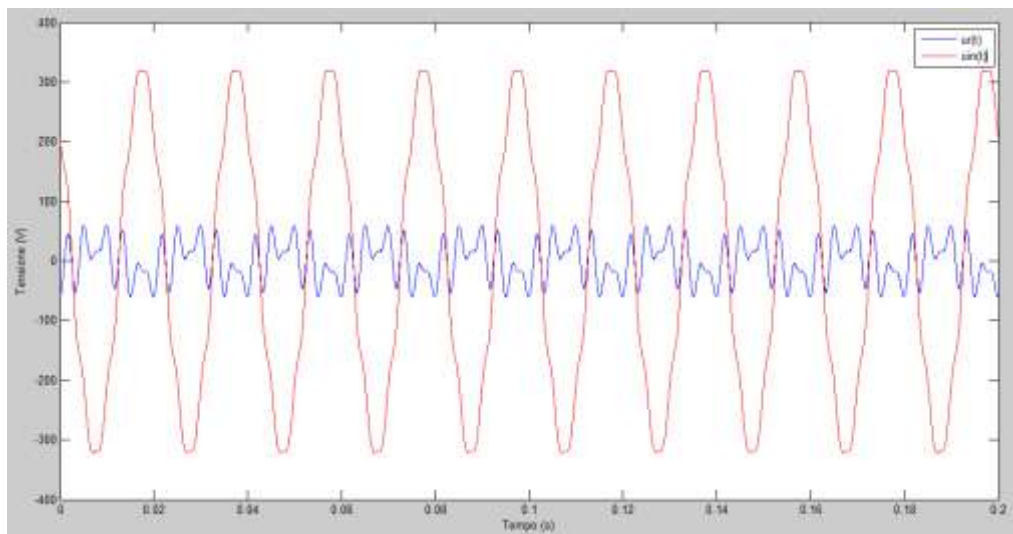


Fig.10.2.7. Tensione in ingresso e tensione sull'induttore in funzione del tempo

Con un valore di induttanza pari 12,3 mH, il valore del fattore di de-tuning è uguale a - 0,0197.

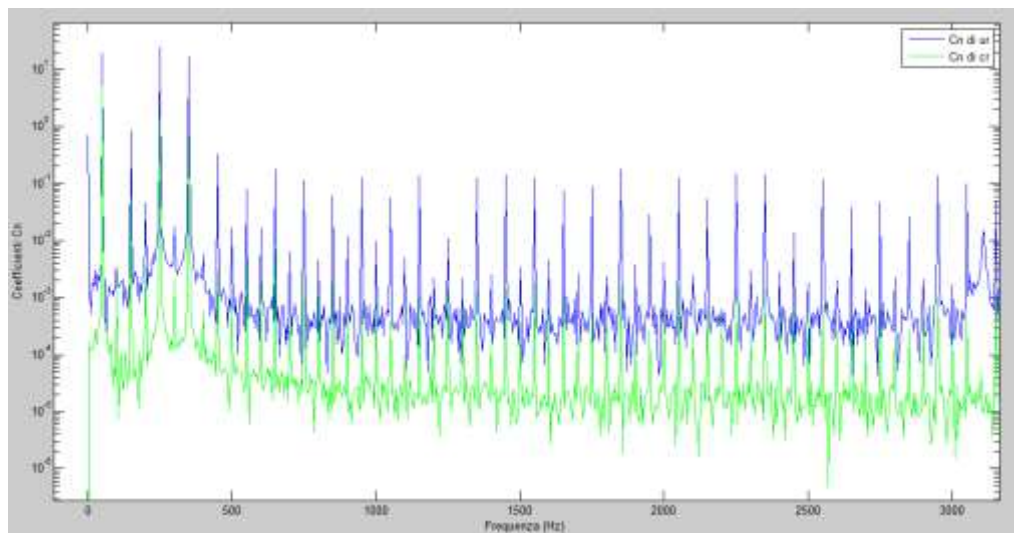


Fig.10.2.8. Spettro armonico della tensione sull'induttore e corrente nel filtro in funzione della frequenza

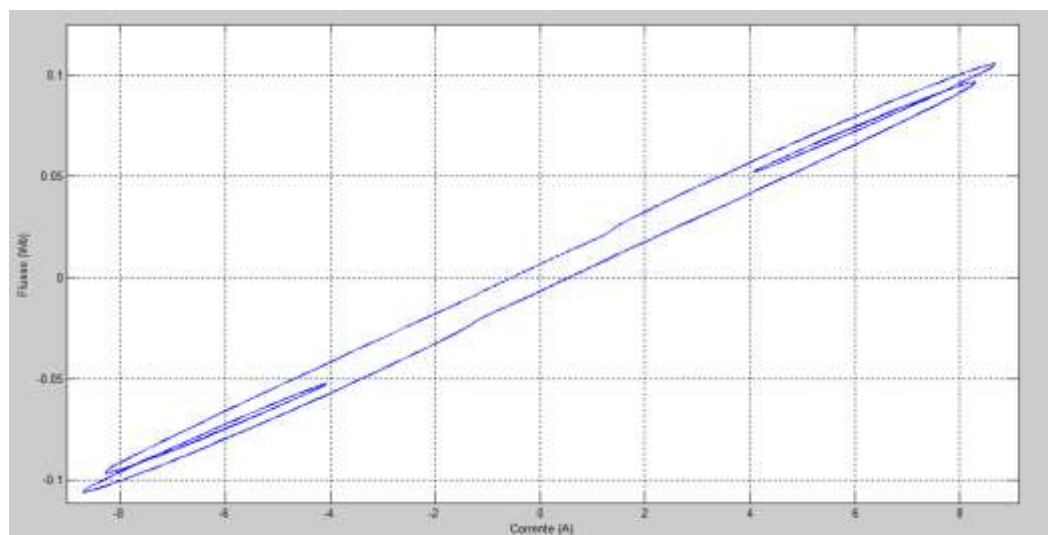


Fig.10.2.9. Ciclo d'isteresi relativo al nucleo magnetico che compone l'induttore



-Calcolo svolto con 8% di 5<sup>a</sup> armonica

Come svolto precedentemente, si è ricavato il valore della componente fondamentale di tensione sull'induttanza, cioè 18,89 V, e quella di corrente, ossia 4,899 A. Il rapporto tra i due ci conduce al valore dell'induttanza a 50 Hz, cioè 12,3 mH. La conseguente diminuzione di induttanza, in termini percentuali, equivale al 4,1%.

$$\text{decremento}\% = 1 - \frac{L_{fin}}{L_{in}} = 1 - \frac{12,3}{12,8} = 0,039 = 3,9\% \quad (10.2.7)$$

Il conseguente THD<sub>I</sub>% è così ottenuto:

$$THD_I\% = \frac{I_5}{I_1} = \frac{2,179}{4,899} \cdot 100 = 44,48\% \quad (10.2.8)$$

Dove I<sub>5</sub> e I<sub>1</sub> sono i valori efficaci della 5<sup>a</sup> armonica e della fondamentale.

Questo caso è stato presentato in via eccezionale visto che la normativa impone che la massima distorsione armonica in tensione, relativa alla 5<sup>a</sup> armonica, non deve essere superiore al 6%.

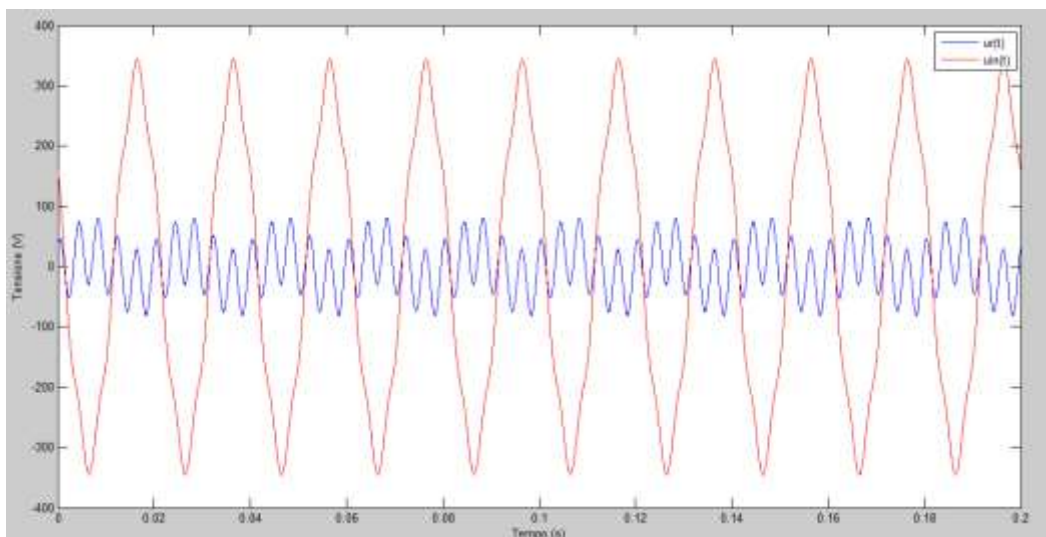


Fig.10.2.10 Tensione in ingresso e tensione sull'induttore in funzione del tempo



Conoscendo il reale valore dell'induttanza, 12,3 mH, il rispettivo fattore di de-tuning vale - 0,0197.

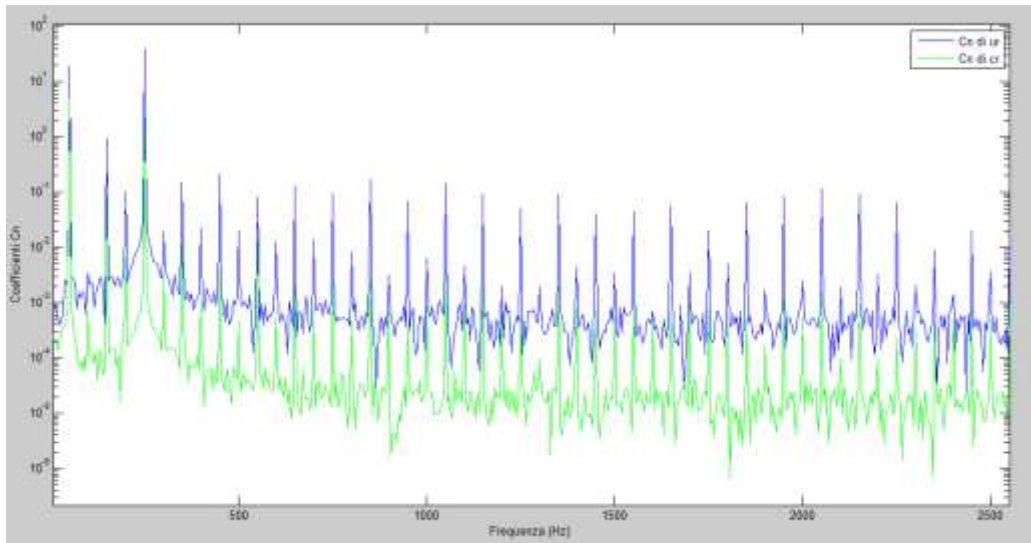


Fig.10.2.11. Spettro armonico di tensione in ingresso, tensione sull'induttore e corrente nel filtro

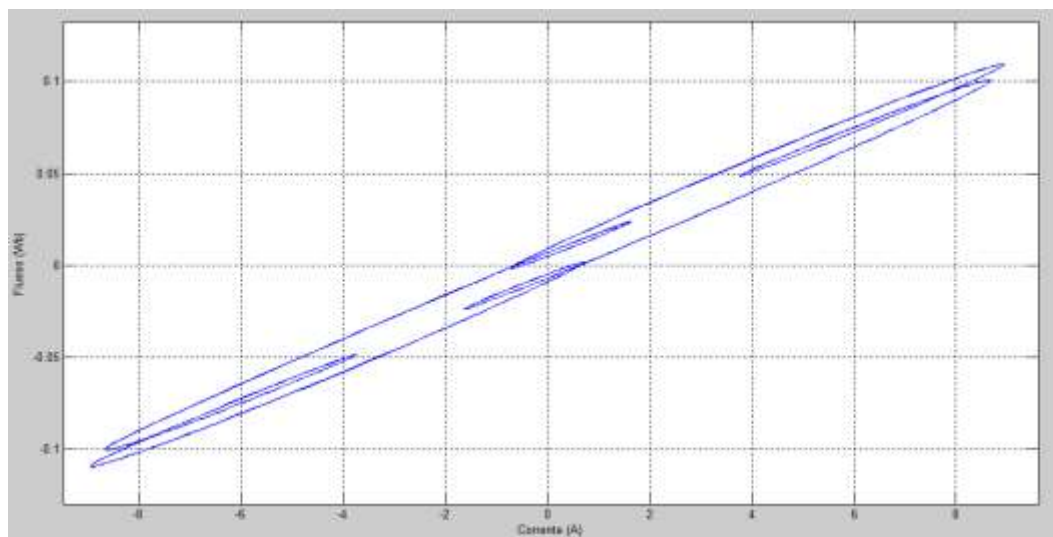


Fig.10.2.12. Ciclo d'isteresi relativo al nucleo magnetico che compone l'induttore

Nel grafico  $\Phi - I$ , fig. 10.2.12, è facile osservare come si generino dei piccoli cicli interni all'isteresi totale; questo è dovuto all'elevata distorsione in corrente provocata dalla presenza del condensatore in serie all'induttore.

### 10.3. Considerazioni sulla resistenza dell'induttanza

Lo scopo di questo paragrafo è chiarire il motivo per cui la resistenza dell'avvolgimento, nel rilevamento della tensione sull'induttanza nel caso di misura sull'induttore da solo e sul filtro, è stata trascurata.

Per definizione si sa che:

$$v_L(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (10.3.1)$$

Quello che è stato monitorato è stata la variazione di resistenza della bobina al variare della temperatura. Le misure sono state svolte, avvalendosi di un generatore in DC, partendo da una temperatura iniziale, definita come  $T_0$  di 26 °C, registrati nel laboratorio, e considerando il coefficiente  $\alpha$  tipico del rame, pari a  $3,9 \cdot 10^{-3}$ . Quindi, impostando la seguente equazione per ricavare R, resistenza alla temperatura T, è stata creata la seguente tabella:

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha(T - T_0)) \quad (10.3.2)$$

$R_0$ [ $\Omega$ ]	$\alpha$	T [ $^{\circ}\text{C}$ ]	$T_0$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	R [ $\Omega$ ]
0,209	0,0039	40	26	0,2204114
0,209	0,0039	50	26	0,2285624
0,209	0,0039	60	26	0,2367134
0,209	0,0039	70	26	0,2448644
0,209	0,0039	80	26	0,2530154
0,209	0,0039	90	26	0,2611664
0,209	0,0039	100	26	0,2693174
0,209	0,0039	120	26	0,2856194
0,209	0,0039	130	26	0,2937704
0,209	0,0039	140	26	0,3019214
0,209	0,0039	150	26	0,3100724

Tab.10.3.1. Resistenza della bobina al variare della temperatura di esercizio

dove:

$R_0$	resistenza a temperatura di 26 °C pari a 0,209 [ $\Omega$ ]
$\alpha$	coefficiente di temperatura che per il rame vale $3,9 \cdot 10^{-3}$
$T$	temperatura alla quale si trovava l'induttanza al momento della misura
$T_0$	temperatura iniziale pari a 26 °C

Ipotizzando ora di porsi nel caso peggiore, ossia considerando una resistenza pari a 0,310  $\Omega$ , si calcola il valore dell'impedenza associata all'induttanza con la formula 10.3.3:

$$|\dot{Z}_L| = \sqrt{R^2 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot L)^2} = \quad (10.3.3)$$

$$\sqrt{0,31^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 12,8 \cdot 10^{-3})^2} =$$

$$= 4,0323 \Omega$$

Ora si ricalcola il modulo trascurando la resistenza e il modulo dell'impedenza vale:

$$|\dot{Z}_L| = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 12,8 \cdot 10^{-3} = 4,02 \Omega \quad (10.3.4)$$

Come si può desumere dal conto appena svolto, il contributo della resistenza può essere trascurato e questo comporta che i risultati ottenuti dalle misure svolte sul filtro sono affidabili.

Inoltre bisogna considerare che ci si è posti nella condizione peggiore, una temperatura molto elevata alla quale il filtro non deve lavorare perché, altrimenti, la vita dei condensatori si ridurrebbe drasticamente.



## CAPITOLO 11 – CONCLUSIONI

Lo scopo che ci si era prefissati, durante la stesura di questa tesi, è stato quello di osservare il comportamento dell'induttore di un filtro, cosiddetto anti-risonante, in presenza di frequenze armoniche presenti in rete.

Dallo studio e dalle misure svolte, si è desunto che, nonostante la diminuzione del modulo dell'impedenza del filtro al variare della frequenza e il conseguente aumento del modulo della corrente, la variazione dell'induttanza, calcolata nelle diverse condizioni di distorsione armonica, non dà contributo di rilievo, infatti, nel caso peggiore, non supera il 4,6%. Dunque è improbabile che, se anche il  $\text{THD}_V\%$  dovesse superare i limiti imposti dalla normativa (EN 50160), l'induttanza raggiunga valori per cui possa essere ritenuta in saturazione. Un'eventuale saturazione avrebbe condotto a una variazione della frequenza di accordo del filtro con la rete, fenomeno di de-tuning; in tal caso si sarebbe presentata la possibilità che il filtro "risuonasse" su un'armonica con valore efficace di una certa entità, e.g. 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> armonica, ed, essendo esso stesso un corto circuito a tale frequenza, il condensatore si sarebbe sobbarcato una corrente elevata per la quale esso non era stato dimensionato. Il tutto, chiaramente, sarebbe dipeso dall'entità del de-tuning. Nel nostro caso il massimo fattore di de-tuning, in modulo, è uguale a 0,0197, quindi pressoché trascurabile.

In aggiunta, è importante notare come viene accentuata la distorsione armonica per via della presenza del condensatore: lo si riscontra benissimo in termini di tensione sull'induttore e corrente che attraversa il filtro; con la sola presenza dell'induttanza, invece, nonostante un  $\text{THD}_V$  di circa il 3%, il comportamento della tensione ai capi della stessa è paragonabile a una sinusoide. Un esempio lampante viene dato anche dal calcolo del  $\text{THD}_I\%$  con e senza capacità, l'abisso tra le due distorsioni, a parità di valore efficace di corrente, è notevole. Questa enorme disparità si può riscontrare anche dal punto di vista dell'isteresi magnetica; richiamando i grafici delle figure 9.3.2 e 10.2.3, emerge che, quasi a parità di valore efficace di corrente totale, l'isteresi in presenza della capacità assume un andamento diverso da quello di figura 9.3.2. Inoltre bisogna tenere conto dell'apporto fornito dall'aumentare della distorsione armonica, difatti, come viene dimostrato dai grafici  $\Phi - I$  del paragrafo 10.2, l'isteresi si compone di tanti piccoli cicli interni ad alta frequenza, percorsi tanto più velocemente quanto più alta è la frequenza.

In conclusione, nonostante si possa riscontrare un'elevata distorsione armonica nella corrente che attraversa il filtro, essa non è in grado di generare una variazione di induttanza tale da spostare la frequenza di accordo del filtro su frequenze “pericolose” per il filtro stesso.

## **RINGRAZIAMENTI**

Un ringraziamento speciale va al prof. Gobbo per essere sempre stato più che disponibile nei miei confronti e per avermi aiutato durante la parte misuristica di questo percorso.





## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Catalogo rifasamento 2012 ICAR;
- [2] Fondamenti di armoniche e sistemi di filtraggio, prof. Turri, Università degli Studi di Padova;
- [3] Power Quality: le armoniche negli impianti elettrici, dott. Ing. Comuzzi;
- [4] Elettronica di potenza, HOEPLI, N. Mohan, T.M. Undeland, W.P.Robbins;
- [5] Specifiche fornite dall'azienda TRENDFIN S.r.l.;
- [6] Caratterizzazione di materiali magnetici innovativi per costruzioni elettromeccaniche, Tesi di laurea magistrale di Nicolò de Piccoli, Università degli Studi di Padova;
- [7] Impianti Elettrici, UTET, R. Benato, L. Fellin;
- [8] Generazione e accumulo di energia elettrica da fonti rinnovabili, prof. Andrea Tortella, Università degli Studi di Padova;
- [9] Filtro anti-armoniche, dott. P. Bottoni, libero professionista;



## APPENDICE

Collegata l'induttanza ad un sistema trifase equilibrato, indicata ogni corrente secondo la fase, il flusso in ogni colonna risulta essere la composizione dei tre flussi generati dalle tre correnti: al flusso della corrente dell'avvolgimento relativo alla colonna si sottrae metà del flusso delle altre due correnti.

Riferendosi alla colonna con avvolgimento sulla fase  $L_1$  e intendendo con  $\Phi_{TL1}$  il flusso totale corrispondente:

$$\Phi_{TR} = \Phi_R - \frac{\Phi_S + \Phi_T}{2} = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \left( i_R - \frac{i_S + i_T}{2} \right)$$

La tensione  $V_{L1}$  ai capi dell'induttanza della fase  $L_1$  in cui scorre la corrente  $i_{L1}$  è data da:

$$v_{LR} = N \frac{d\Phi_{TR}}{dt} = \frac{2\mu_0 SN^2}{3t} \left( \frac{di_R}{dt} - \frac{1}{2} \frac{di_S}{dt} - \frac{1}{2} \frac{di_T}{dt} \right) = L_1 \left( \frac{di_R}{dt} - \frac{1}{2} \frac{di_S}{dt} - \frac{1}{2} \frac{di_T}{dt} \right)$$

Il segno si intende in senso opposto alla tensione di fase. In regime sinusoidale, per le tre fasi si ottiene:

$$\begin{aligned} v_{LR} &= L_1 \left( j\omega i_R - \frac{1}{2} j\omega i_S - \frac{1}{2} j\omega i_T \right) = j\omega L_1 \left( i_R - \frac{1}{2} i_S - \frac{1}{2} i_T \right) \\ v_{LS} &= L_1 \left( -\frac{1}{2} j\omega i_R + j\omega i_S - \frac{1}{2} j\omega i_T \right) = j\omega L_1 \left( -\frac{1}{2} i_R + i_S - \frac{1}{2} i_T \right) \\ v_{LT} &= L_1 \left( -\frac{1}{2} j\omega i_R - \frac{1}{2} j\omega i_S + j\omega i_T \right) = j\omega L_1 \left( -\frac{1}{2} i_R - \frac{1}{2} i_S + i_T \right) \end{aligned}$$

Nella ipotesi di sistema equilibrato le tre correnti hanno valore efficace uguale e tra di loro sono sfasate di  $120^\circ$ . Assumendo per la  $i_R$  la fase zero:

$$\begin{aligned}
i_R &= I & i_S &= -\frac{I}{2}(1+j\sqrt{3}) & i_T &= -\frac{I}{2}(1-j\sqrt{3}) \\
v_{LR} &= j\omega L_1 \left[ I + \frac{I}{4}(1+j\sqrt{3}) + \frac{I}{4}(1-j\sqrt{3}) \right] = j\omega L_1 I \left[ 1 + \frac{1}{4}(1+j\sqrt{3}+1-j\sqrt{3}) \right] = j\omega \frac{3}{2} L_1 I \\
v_{LS} &= j\omega L_1 \left[ -\frac{I}{2} - \frac{I}{2}(1+j\sqrt{3}) + \frac{I}{4}(1-j\sqrt{3}) \right] = -j\omega L_1 \frac{I}{2} \left( 1+1+j\sqrt{3} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\
v_{LS} &= -j\omega L_1 \frac{I}{2} \left( \frac{3}{2} + j\frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = -j\omega \frac{3}{2} L_1 \frac{I}{2} (1+j\sqrt{3}) \\
v_{LT} &= j\omega L_1 \left[ -\frac{I}{2} + \frac{I}{4}(1+j\sqrt{3}) - \frac{I}{2}(1-j\sqrt{3}) \right] = -j\omega L_1 \frac{I}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - j\sqrt{3} - \right) \\
v_{LT} &= -j\omega L_1 \frac{I}{2} \left( \frac{3}{2} - j\frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = -j\omega \frac{3}{2} L_1 \frac{I}{2} (1-j\sqrt{3})
\end{aligned}$$

Dal rapporto tensione ai capi di ciascun avvolgimento e la corrente che lo percorre otteniamo la reattanza equivalente e di conseguenza un valore di induttanza. L'impiego previsto per la reattanza, in serie ad una terna di capacità uguali collegate a triangolo o a stella, giustifica la considerazione di tale valore.

$$\begin{aligned}
X_{3R} &= \frac{v_{LR}}{i_R} = \frac{j\omega \frac{3}{2} L_1 I}{I} = j\omega \frac{3}{2} L_1 \Rightarrow L_3 = \frac{3}{2} L_1 \\
X_{3S} &= \frac{v_{LS}}{i_S} = \frac{-j\omega \frac{3}{2} L_1 \frac{I}{2} (1+j\sqrt{3})}{-\frac{I}{2}(1+j\sqrt{3})} = j\omega \frac{3}{2} L_1 \Rightarrow L_3 = \frac{3}{2} L_1 \\
X_{3T} &= \frac{v_{LT}}{i_T} = \frac{-j\omega \frac{3}{2} L_1 \frac{I}{2} (1-j\sqrt{3})}{-\frac{I}{2}(1-j\sqrt{3})} = j\omega \frac{3}{2} L_1 \Rightarrow L_3 = \frac{3}{2} L_1
\end{aligned}$$

La tensione che si misura ai capi di ogni avvolgimento comprende, oltre alla tensione ai capi della induttanza anche la caduta sulla resistenza ohmica dell'avvolgimento. Rilevando la tensione  $v_m$  ai capi dell'avvolgimento della fase R abbiamo:

$$v_{ZR} = i_R (R_i + j\omega L_3) \quad v_{ZR}^2 = i_R^2 [R_i^2 + (\omega L_3)^2] \quad L_3 = \sqrt{\frac{v_{ZR}^2}{i_R^2} - R_i^2}$$

Consideriamo ora il sistema costituito dalla reattanza e dalla terna di condensatori di uguale capacità collegati a triangolo.

Sia  $V$  il valore efficace della tensione di fase, le terna delle tensioni di alimentazione è:

$$R = V \quad S = -\frac{V}{2}(1 + j\sqrt{3}) \quad T = -\frac{V}{2}(1 - j\sqrt{3})$$

La corrente in ciascun condensatore si ottiene dal rapporto della tensione ai capi di ciascuna capacità e la reattanza della capacità. La tensione ai capi di ciascuna capacità è data dalla tensione di linea a cui sono sottratte le cadute di tensione sui due avvolgimenti interessati della induttanza (trascuriamo la caduta ohmica).

$$\begin{aligned} i_1 &= j\omega C(R - v_{LR} + v_{LS} - S) \\ i_2 &= j\omega C(S - v_{LS} + v_{LT} - T) \\ i_3 &= j\omega C(R - v_{LR} + v_{LT} - T) \end{aligned}$$

Ricaviamo le correnti di fase ai nodi del triangolo:

$$\begin{aligned} i_R &= i_1 + i_3 = j\omega C(R - v_{LR} + v_{LS} - S + R - v_{LR} + v_{LT} - T) \\ i_S &= -i_1 + i_2 = j\omega C(-R + v_{LR} - v_{LS} + S + S - v_{LS} + v_{LT} - T) \\ i_T &= -i_2 - i_3 = -j\omega C(S - v_{LS} + v_{LT} - T + R - v_{LR} + v_{LT} - T) \\ i_R &= j\omega C(2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT}) \\ i_S &= j\omega C(-R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT}) \\ i_T &= j\omega C(-R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} - 2v_{LT}) \end{aligned}$$

Sostituiamo nelle equazioni delle tensioni ai capi delle induttanze l'espressione delle correnti di fase.

$$\begin{aligned} v_{LR} &= j\omega L_1 \left( i_R - \frac{1}{2}i_S - \frac{1}{2}i_T \right) = (j\omega)^2 L_1 C [2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT} - \\ &\quad \frac{1}{2}(-R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT} - R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} - 2v_{LT})] = \\ &= (j\omega)^2 L_1 C \left( 2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT} + R - \frac{1}{2}S - \frac{1}{2}T - v_{LR} + \frac{1}{2}v_{LS} + \frac{1}{2}v_{LT} \right) = \\ &= (j\omega)^2 L_1 C \left( 3R - \frac{3}{2}S - \frac{3}{2}T - 3v_{LR} + \frac{3}{2}v_{LS} + \frac{3}{2}v_{LT} \right) \\ v_{LR} &= \frac{3(j\omega)^2 L_1 C}{2} (2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{LS} &= j\omega L_1 \left( i_S - \frac{1}{2}i_R - \frac{1}{2}i_T \right) = (j\omega)^2 L_1 C \left[ -R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT} - \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2}(2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT} - R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} - 2v_{LT}) \right] = \\
&\quad (j\omega)^2 L_1 C \left( -R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT} - \frac{1}{2}R + S - \frac{1}{2}T + \frac{1}{2}v_{LR} - v_{LS} + \frac{1}{2}v_{LT} \right) = \\
&\quad (j\omega)^2 L_1 C \left( -\frac{3}{2}R + 3S - \frac{3}{2}T + \frac{3}{2}v_{LR} - 3v_{LS} + \frac{3}{2}v_{LT} \right) \\
v_{LS} &= \frac{3(j\omega)^2 L_1 C}{2} (-R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT}) \\
v_{LT} &= j\omega L_1 \left( i_T - \frac{1}{2}i_R - \frac{1}{2}i_S \right) = (j\omega)^2 L_1 C \left[ -R - S + 2T + v_{LS} + v_{LR} - 2v_{LT} - \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2}(2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT} - R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT}) \right] = \\
&\quad (j\omega)^2 L_1 C \left( -R - S + 2T + v_{LS} + v_{LR} - 2v_{LT} - \frac{1}{2}R - \frac{1}{2}S + T + \frac{1}{2}v_{LR} + \frac{1}{2}v_{LS} - v_{LT} \right) = \\
&\quad (j\omega)^2 L_1 C \left( -\frac{3}{2}R - \frac{3}{2}S + 3T + \frac{3}{2}v_{LS} + \frac{3}{2}v_{LR} - 3v_{LT} \right) \\
v_{LT} &= \frac{3(j\omega)^2 L_1 C}{2} (-R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} - 2v_{LT})
\end{aligned}$$

Otteniamo quindi il sistema:

$$\begin{cases} v_{LR} = (j\omega)^2 L_3 C (2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT}) \\ v_{LS} = (j\omega)^2 L_3 C (-R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT}) \\ v_{LT} = (j\omega)^2 L_3 C (-R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} - 2v_{LT}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{LR} \left[ \frac{1}{(j\omega)^2 L_3 C} + 2 \right] = 2R - S - T + v_{LS} + v_{LT} \\ v_{LS} \left[ \frac{1}{(j\omega)^2 L_3 C} + 2 \right] = -R + 2S - T + v_{LR} + v_{LT} \\ v_{LT} \left[ \frac{1}{(j\omega)^2 L_3 C} + 2 \right] = -R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} \end{cases} \quad \begin{cases} v_{LR} = \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha} \\ v_{LS} = \frac{-R + 2S - T + v_{LR} + v_{LT}}{\alpha} \\ v_{LT} = \frac{-R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS}}{\alpha} \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{1}{(j\omega)^2 L_3 C} + 2$$

Posto

$$\begin{cases} v_{LR} = \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha} \\ v_{LS} = \frac{-R + 2S - T + v_{LT}}{\alpha} + \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha^2} \\ v_{LT} = \frac{-R - S + 2T + v_{LS}}{\alpha} + \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{LR} = \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha} \\ \alpha^2 v_{LS} = -\alpha R + 2\alpha S - \alpha T + \alpha v_{LT} + 2R - S - T + v_{LS} + v_{LT} \\ \alpha^2 v_{LT} = -\alpha R - \alpha S + 2\alpha T + \alpha v_{LS} + 2R - S - T + v_{LS} + v_{LT} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{LR} = \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha} \\ (\alpha^2 - 1)v_{LS} = (2 - \alpha)R + (2\alpha - 1)S - (\alpha + 1)T + (\alpha + 1)v_{LT} \\ (\alpha^2 - 1)v_{LT} = (2 - \alpha)R - (\alpha + 1)S + (2\alpha - 1)T + (\alpha + 1)v_{LS} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{LR} = \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha} \\ v_{LS} = \frac{(2 - \alpha)R + (2\alpha - 1)S - (\alpha + 1)T}{\alpha^2 - 1} + \frac{v_{LT}}{\alpha - 1} \\ (\alpha^2 - 1)v_{LT} = (2 - \alpha)R - (\alpha + 1)S + (2\alpha - 1)T + (\alpha + 1) \left[ \frac{(2 - \alpha)R + (2\alpha - 1)S - (\alpha + 1)T}{\alpha^2 - 1} + \frac{v_{LT}}{\alpha - 1} \right] \end{cases}$$

$$v_{LT} \left( \alpha^2 - 1 - \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} \right) = (2 - \alpha)R - (\alpha + 1)S + (2\alpha - 1)T + \frac{(2 - \alpha)R + (2\alpha - 1)S - (\alpha + 1)T}{\alpha - 1}$$

$$v_{LT} (\alpha + 1) \frac{(\alpha - 1)^2 - 1}{\alpha - 1} = (2 - \alpha)R - (\alpha + 1)S + (2\alpha - 1)T + \frac{(2 - \alpha)R + (2\alpha - 1)S - (\alpha + 1)T}{\alpha - 1}$$

$$v_{LT} (\alpha + 1) (\alpha^2 - 2\alpha) = R(2 - \alpha)(\alpha - 1 + 1) - S(\alpha^2 - 1 - 2\alpha + 1) + T[(2\alpha - 1)(\alpha - 1) - \alpha - 1]$$

$$\alpha(\alpha+1)(\alpha-2)v_{LT} = \alpha(2-\alpha)R - \alpha(\alpha-2)S + (2\alpha^2 - 2\alpha - \alpha + 1 - \alpha - 1)T$$

$$\alpha(\alpha+1)(\alpha-2)v_{LT} = -\alpha(\alpha-2)R - \alpha(\alpha-2)S + 2\alpha(\alpha-2)T$$

$$(\alpha+1)v_{LT} = -R - S + 2T \quad v_{LT} = \frac{-R - S + 2T}{\alpha+1}$$

$$v_{LS} = \frac{(2-\alpha)R + (2\alpha-1)S - (\alpha+1)T}{\alpha^2-1} + \frac{-R - S + 2T}{(\alpha-1)(\alpha+1)}$$

$$v_{LS} = \frac{(2-\alpha)R + (2\alpha-1)S - (\alpha+1)T - R - S + 2T}{\alpha^2-1} = \frac{(1-\alpha)R + (2\alpha-2)S - (\alpha-1)T}{\alpha^2-1}$$

$$v_{LS} = \frac{-R + 2S - T}{\alpha+1}$$

$$v_{LR} = \frac{2R - S - T + v_{LS} + v_{LT}}{\alpha} = \frac{(2R - S - T)(\alpha+1) - R + 2S - T - R - S + 2T}{\alpha(\alpha+1)}$$

$$v_{LR} = \frac{2R(\alpha+1-1) - S(\alpha+1-2+1) - T(\alpha+1+1-2)}{\alpha(\alpha+1)} = \frac{2\alpha R - \alpha S - \alpha T}{\alpha(\alpha+1)}$$

$$v_{LR} = \frac{2R - S - T}{\alpha+1}$$

$$\alpha+1 = \frac{1}{(j\omega)^2 L_3 C} + 2 + 1 = \frac{1+3(j\omega)^2 L_3 C}{(j\omega)^2 L_3 C} = \frac{1-3\omega^2 L_3 C}{-\omega^2 L_3 C} = \frac{3\omega^2 L_3 C - 1}{\omega^2 L_3 C}$$

$$R = V \quad S = -\frac{V}{2}(1+j\sqrt{3}) \quad T = -\frac{V}{2}(1-j\sqrt{3})$$

$V$  è il valore efficace della tensione di fase.



$$v_{LR} = \frac{2R - S - T}{\alpha + 1} = \frac{\omega^2 L_3 C V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left[ 2 + \frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right] = \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V$$

$$v_{LS} = \frac{-R + 2S - T}{\alpha + 1} = \frac{\omega^2 L_3 C V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left[ -1 - 2\frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right]$$

$$v_{LS} = \frac{\omega^2 L_3 C V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left( -\frac{3}{2} - j\frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (1 + j\sqrt{3})$$

$$v_{LT} = \frac{-R - S + 2T}{\alpha + 1} \frac{\omega^2 L_3 C V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left[ -1 + \frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) - 2\frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right]$$

$$v_{LT} = \frac{\omega^2 L_3 C V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left( -\frac{3}{2} + j\frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (1 - j\sqrt{3})$$

EsPLICITIAMO le correnti di fase:

$$i_R = j\omega C (2R - S - T - 2v_{LR} + v_{LS} + v_{LT}) =$$

$$i_R = j\omega C V \left\{ 2 + \frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left[ 2 + \frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right] \right\}$$

$$i_R = 3j\omega C V \left[ 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right] = 3j\omega C V \frac{3\omega^2 L_3 C - 1 - 3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} = \frac{-3j\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V$$

$$i_S = j\omega C (-R + 2S - T + v_{LR} - 2v_{LS} + v_{LT})$$

$$i_S = j\omega C V \left\{ -1 - 2\frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) + \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left[ 1 + 2\frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) - \frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right] \right\}$$

$$i_S = j\omega C V \left[ -\frac{3}{2}(1 + j\sqrt{3}) + \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{3}{2}(1 + j\sqrt{3}) \right] = -3j\omega C \left( 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right) \frac{V}{2} (1 + j\sqrt{3})$$

$$i_S = \frac{3j\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (1 + j\sqrt{3}) = \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (-\sqrt{3} + j)$$

$$i_T = j\omega C (-R - S + 2T + v_{LR} + v_{LS} - 2v_{LT})$$

$$i_T = j\omega C V \left\{ -1 + \frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) - 2\frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) + \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left[ 1 - \frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3}) + 2\frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right] \right\}$$

$$i_T = j\omega C V \left[ -\frac{3}{2}(1 - j\sqrt{3}) + \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{3}{2}(1 - j\sqrt{3}) \right] = -3j\omega C \left( 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right) \frac{V}{2} (1 - j\sqrt{3})$$

$$i_T = \frac{3j\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (1 - j\sqrt{3}) = \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (\sqrt{3} + j)$$

$$|i| = \left| \frac{3\omega CV}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right|$$

Il modulo delle tre correnti di fase è lo stesso e vale:

$$Q = 3|i|V = \frac{9\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V^2$$

La potenza reattiva è data da

Ricaviamo la tensione e la corrente nelle capacità.

$$i_1 = j\omega C(R - v_{LR} + v_{LS} - S) = j\omega CV \left[ 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{1}{2} (1 + j\sqrt{3}) + \frac{1}{2} (1 + j\sqrt{3}) \right]$$

$$i_1 = j\omega CV \left[ \frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left( \frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \omega C \left( 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} V (-1 + j\sqrt{3})$$

$$i_1 = \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3}}{2} V (1 - j\sqrt{3})$$

$$i_2 = j\omega C(S - v_{LS} + v_{LT} - T)$$

$$i_2 = j\omega CV \left[ -\frac{1}{2} (1 + j\sqrt{3}) + \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{1}{2} (1 + j\sqrt{3}) - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{1}{2} (1 - j\sqrt{3}) + \frac{1}{2} (1 - j\sqrt{3}) \right]$$

$$i_2 = j\omega CV \left[ -j\sqrt{3} + j\sqrt{3} \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right] = \sqrt{3}\omega CV \left( 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right) = -\frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \sqrt{3} V$$

$$i_3 = j\omega C(R - v_{LR} + v_{LT} - T) = j\omega CV \left[ 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{1}{2} (1 - j\sqrt{3}) + \frac{1}{2} (1 - j\sqrt{3}) \right]$$

$$i_3 = j\omega CV \left[ \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left( \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \omega C \left( 1 - \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} V (1 + j\sqrt{3})$$

$$i_3 = -\frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3}}{2} V (1 + j\sqrt{3})$$

Verifica

$$i_R = i_1 + i_3 = \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3}}{2} V (1 - j\sqrt{3} - 1 - j\sqrt{3}) = -\frac{3j\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V$$

$$i_S = -i_1 + i_2 = \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{3}{2} - \sqrt{3} \right) = \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (-3\sqrt{3} + j3)$$

$$i_S = -\frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (\sqrt{3} - j)$$

$$i_T = -i_2 - i_3 = \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left( \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{3}{2} \right) = \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (3\sqrt{3} + j3)$$

$$i_T = \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{V}{2} (\sqrt{3} + j)$$

Tensione ai capi delle capacità:

$$v_1 = X_C i_1 = \frac{1}{j\omega C} \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3}}{2} V (1 - j\sqrt{3}) = -\frac{\sqrt{3}V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3} + j}{2}$$

$$v_2 = X_C i_2 = \frac{1}{j\omega C} \frac{-\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \sqrt{3}V = \frac{j\sqrt{3}V}{3\omega^2 L_3 C - 1}$$

$$v_3 = X_C i_3 = \frac{1}{j\omega C} \frac{-\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3}}{2} V (1 + j\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{-1 + j\sqrt{3}}{2}$$

La condizione di risonanza è  $3\omega^2 L_3 C - 1 = 0 \quad \omega_0^2 = \frac{1}{3L_3 C} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{3L_3 C}}$

Ricordando  $L_3 = \frac{3}{2} L_1$  è l'induttanza rispetto al singolo avvolgimento  $\omega_0 = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{L_1 C}}$

Esprimiamo correnti, tensioni e potenze in funzione della frequenza di risonanza del filtro.  
Tensione ai capi della reattanza:

$$|v_L| = \left| \frac{3\omega^2 L_3 C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \right| = \left| \frac{V}{1 - \frac{1}{3\omega^2 L_3 C}} \right| = \left| \frac{V}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right| = \frac{V}{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1} = \frac{V}{\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - 1} = pV$$

$$p = \left[ \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - 1 \right]^{-1}$$

La corrente di fase:

$$|i| = \left| \frac{3\omega CV}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right| = \left| \frac{3\omega CV}{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1} \right| = \frac{3\omega CV}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{3\omega CV}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = 3\omega CV(p+1)$$

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - 1 \quad \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 = \frac{1}{p} + 1 \quad \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 = \frac{p}{p+1} \quad 1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 = \frac{p+1-p}{p+1} = \frac{1}{p+1}$$

$$|v_C| = \left| \frac{\sqrt{3}V}{3\omega^2 L_3 C - 1} \right| = \sqrt{3}V(p+1)$$

La tensione ai capi dei condensatori:

$$|i_C| = \left| \frac{\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \sqrt{3}V \right| = \sqrt{3}\omega CV(p+1)$$

La corrente nei condensatori:

$$Q = 3V|i| = 3 \frac{3\omega C}{1 - 3\omega^2 L_3 C} V^2 = 9\omega CV^2(p+1)$$

La potenza reattiva:

La potenza reattiva ai condensatori:

$$Q_C = 3|v_C||i_C| = 3\omega C(\sqrt{3}V)^2(p+1)^2 = 9\omega CV^2(p+1)^2$$

La potenza reattiva alla reattanza:  $Q_L = 3|v_L||i| = 9\omega CV^2 p(p+1)$

$$Q = Q_C - Q_L = 9\omega CV^2(p+1)^2 - 9\omega CV^2 p(p+1) = 9\omega CV^2(p+1)(p+1-p) = 9\omega CV^2(p+1)$$

Nelle condizioni nominali di lavoro il flusso magnetico è dato da:

$$\Phi_R = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \left( i_R - \frac{i_S + i_T}{2} \right) = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left[ -j - \frac{1}{4}(-\sqrt{3} + j) - \frac{1}{4}(\sqrt{3} + j) \right]$$

$$\Phi_R = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \left( -\frac{3j}{2} \right) V$$

$$\Phi_S = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \left( i_S - \frac{i_R + i_T}{2} \right) = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left[ \frac{1}{2}(-\sqrt{3} + j) + \frac{j}{2} - \frac{1}{4}(\sqrt{3} + j) \right]$$

$$\Phi_S = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left[ -\frac{3}{4}\sqrt{3} + \frac{3}{4}j \right] = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{3}{4}(-\sqrt{3} + j)V$$

$$\Phi_T = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \left( i_T - \frac{i_R + i_S}{2} \right) = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left[ \frac{1}{2}(\sqrt{3} + j) + \frac{j}{2} - \frac{1}{4}(-\sqrt{3} + j) \right]$$

$$\Phi_T = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V \left[ \frac{3}{4}\sqrt{3} + \frac{3}{4}j \right] = \frac{2\mu_0 SN}{3t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{3}{4}V(\sqrt{3} + j)$$

$$\Phi_R = -j \frac{\mu_0 SN}{t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} V$$

$$\Phi_S = \frac{\mu_0 SN}{t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{-\sqrt{3} + j}{2} V$$

$$\Phi_T = \frac{\mu_0 SN}{t} \frac{3\omega C}{3\omega^2 L_3 C - 1} \frac{\sqrt{3} + j}{2} V$$